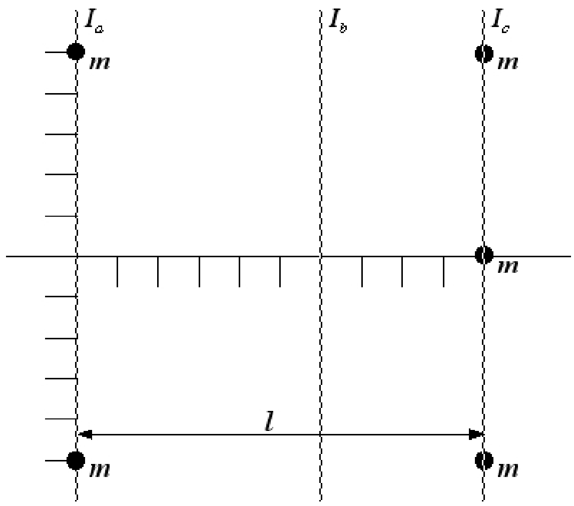
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Appello per fuori corso 2006 - Compito scritto - Fisica Generale L-A
(23 maggio 2006)
Prof. Maurizio Piccinini

Soluzioni

1. Enunciare e dimostrare il teorema di König.

2. Discutere la differenza tra massa inerziale e massa gravitazionale.

3. Sul piano è dato il sistema di punti materiali mostrato in figura, dove $m = 100\ g$ e $l = 10\ cm$.



Rispetto a quale asse il momento di inerzia è minore?

a) I_a;
b) I_b;
c) I_c.

Motivare la risposta.

Fissata una direzione, in virtù del teorema di Huygens-Steiner il momento di inerzia di un sistema di punti materiali è minimo rispetto all'asse, parallelo alla direzione data, passante per il centro di massa.

$$x_{CM} = \frac{3\ m\ l}{5\ m} = \frac{3}{5}\ l = 6\ cm$$

4. Gli amici di una giovane coppia di sposi hanno attaccato al paraurti della loro automobile, ad una altezza dal terreno $h = 20\ cm$, alcune lattine tramite delle cordicelle lunghe $l = 30\ cm$. Supponendo il moto rettilineo calcolare l'accelerazione minima con cui deve muoversi l'automobile affinché le lattine non tocchino il terreno.

$$T cos\theta = T\frac{h}{l} = mg$$

$$T sin\theta = ma$$

$$\frac{ma}{sin\theta}\frac{h}{l} = mg$$

$$a = \frac{lg}{h} sin\theta = \frac{lg}{h} \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} = \frac{g}{h}\sqrt{l^2 - h^2} = \frac{9.8}{0.2}\sqrt{0.3^2 - 0.2^2} = 49\sqrt{0.05} = 49 \cdot 0.22 = 10.96\ ms^{-2}$$

5. Un eschimese di massa $M_1 = 60\ kg$ spinge, da fermo, un blocco di ghiaccio di massa $m = 15\ kg$ sulla banchisa, che si suppone senza attrito, verso un suo compagno di massa $M_2 = 72\ kg$ fermo ad una distanza $d_1 = 6.2\ m$. Dopo la spinta il primo eschimese si muove con velocità di modulo $v_1 = 0.6\ m/s$.

   a) Con quale velocità si muove il secondo eschimese subito dopo aver afferrato il blocco di ghiaccio?

$$M_1 v_1 - m v_m = 0$$

$$v_m = \frac{M_1}{m} v_1 = \frac{60}{15}\ 0.6 = 4 \cdot 0.6 = 2.4\ m/s$$

$$m v_m = (M_2 + m) v_2$$

$$v_2 = \frac{m}{M_2 + m}\ v_m = \frac{15}{72 + 15}\ 2.4 = \frac{15}{87}\ 2.4 = 0.172 \cdot 2.4 = 0.414\ m/s$$

   Il secondo eschimese ed il blocco di ghiaccio proseguono poi su una superficie con coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.2$.

   b) Quale distanza percorrono prima di fermarsi?

$$F_A = \mu g (M_2 + m)$$

$$L_A = F_A \cdot d_2 = \mu g (M_2 + m) d_2$$

$$\frac{1}{2}(M_2 + m) v_2^2 = \mu g (M_2 + m) d_2$$

$$d_2 = \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{\mu g} = \frac{1}{2}\frac{0.414^2}{0.2 \cdot 9.8} = \frac{0.171}{2 \cdot 1.96} = \frac{0.171}{3.92} = 0.0437\ m$$

   c) Quanto distano il primo e il secondo eschimese quando il secondo si è fermato?

$$t_1 = \frac{d_1}{v_m} = \frac{6.2}{2.4} = 2.58\ s$$

$$t_2 = \frac{v_2}{\mu g} = \frac{0.414}{0.2 \cdot 9.8} = \frac{0.414}{1.96} = 0.211\ s$$

$$t_{TOT} = t_1 + t_2 = 2.58 + 0.211 = 2.79\ s$$

$$l = v_1\ t_{TOT} = 0.6 \cdot 2.79 = 1.67\ m$$

$$d_{TOT} = l + d_1 + d_2 = 1.67 + 6.2 + 0.0437 = 7.92\ m$$

6. Un aereo viaggia orizzontalmente con velocità costante di modulo $v = 200\ km/h$ ad una quota $h = 5\ 000\ m$ ed ha il compito di sganciare un pacco di viveri su una piccola isola del Pacifico. Giunto in prossimità dell'isola il pilota sgancia il pacco di viveri che cade (si trascuri la resistenza dell'aria) per un tempo $t = 3\ s$, dopodiché si apre un paracadute. Da quell'istante in poi il moto avviene con velocità costante sulla verticale.
Determinare:

   a) a quale distanza d dall'isola il pilota deve sganciare il pacco affinché questo giunga a destinazione;

$$d = vt = 200\ km/h \cdot 3\ s = \frac{200\ km}{3\ 600\ s}\ 3\ s = 0.167\ km$$

   b) quanto tempo trascorre tra il momento dello sgancio e quello dell'atterraggio del pacco sull'isoletta.

$$h' = \frac{1}{2}\ gt^2 = \frac{1}{2}\ 9.8\ m/s^2 \cdot 3^2\ s^2 = \frac{1}{2}\ 9.8\ m/s^2 \cdot 9\ s^2 = 44.1\ m$$

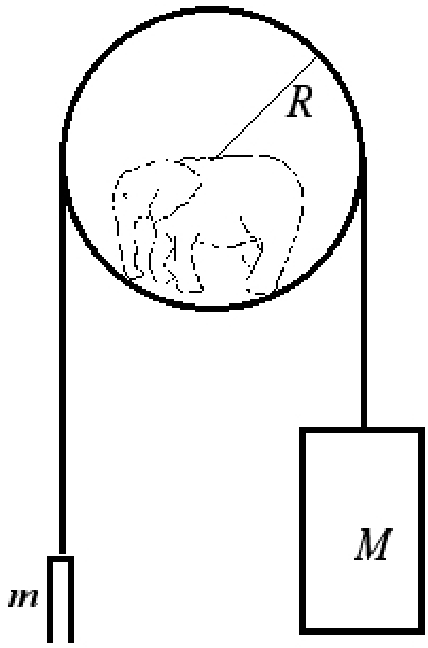
$$\Delta h = h - h' = 5\ 000\ m - 44.1\ m = 4\ 955.9\ m$$

$$v = gt = 9.8\ m/s^2 \cdot 3\ s = 29.4\ m/s$$

$$t' = \frac{\Delta h}{v} = \frac{4\ 955.9\ m}{29.4\ m/s} = 168.57\ s$$

$$t_{TOT} = t + t' = 3\ s + 168.57\ s = 171.57\ s$$

7. In tempi di crisi petrolifera un ascensore viene azionato da due elefanti che camminano all'interno di una ruota di raggio $R = 3.5\ m$ e massa trascurabile sulla cui circonferenza esterna è avvolta una fune ideale agganciata ad un estremo al tetto della cabina di massa $M = 130\ kg$ e all'altro estremo ad un contrappeso di massa $m = 200\ kg$ (vedi figura). Nella cabina si trovano due passeggeri di massa $m_p = 82\ kg$ ciascuno.



   a) Se ogni piano è alto $h = 3.20\ m$ quanto devono camminare gli elefanti per sollevare di tre piani la cabina?

$$l = 3 \cdot 3.20\ m = 9.6\ m$$

b) Quanto vale il momento della forza applicata dagli elefanti per far salire la cabina quando questa si muove con velocità costante tra un piano e l'altro?

$$\begin{cases} \vec{T}_1 - m\vec{g} = m\vec{a}_1 = m\vec{a} = \vec{0} \\ \vec{T}_2 - (M + m_p + m_p)\vec{g} = m\vec{a}_2 = m\vec{a} = \vec{0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 - mg = 0 \\ T_2 - (M + 2m_p)g = 0 \end{cases}$$

$$\mathcal{M} + T_2 R - T_1 R = \frac{1}{2}\, m_R R^2 \ddot{\varphi} = 0$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= -mgR + (M + 2m_p)gR \\ &= (M + 2m_p - m)gR = (130 + 164 - 200)\ 9.8 \cdot 3.5 \\ &= 94 \cdot 9.8 \cdot 3.5 = 3\ 224,2\ N\ m \end{aligned}$$

c) Quanto vale il lavoro compiuto dagli elefanti?

$$U_i = mgl$$

$$U_f = (M + 2m_p)gl$$

$$\begin{aligned} L &= \Delta U = U_f - U_i = (M + 2m_p)gl - mgl = (M + 2m_p - m)gl \\ &= (130 + 164 - 200)9.8 \cdot 9.6 \\ &= 94 \cdot 9.8 \cdot 9.6 \\ &= 8\ 843.52\ J \end{aligned}$$