Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Sessione estiva 2006 - 2° appello - Compito scritto del corso di Fisica Generale L-A
(5 luglio 2006)
Prof. Maurizio Piccinini

Soluzioni

1. Commentare le seguenti affermazioni:

   a) Se un sistema meccanico ha quantità di moto totale nulla è nulla anche la sua energia cinetica totale.

   b) Se un sistema meccanico ha energia cinetica totale nulla è nulla anche la sua quantità di moto totale.

2. Un individuo si trova al centro di una piattaforma circolare, isolata completamente dall'esterno. Egli spinge una palla davanti a sé, sul pavimento che sa essere perfettamente levigato e quindi con attrito trascurabile, imprimendole al momento della spinta un "effetto" in senso orario attorno ad un asse verticale. Lo sperimentatore osserva che la palla, una volta rilasciata, segue una traiettoria curva verso la sua destra tale da venirsi a trovare, dopo qualche secondo, alle sue spalle.
   Quali conclusioni ricava da tale osservazione?

3. Una palla viene lanciata contro un muro verso l'alto in modo da formare un angolo di 45 gradi con la normale al muro e rimbalza in seguito ad un urto completamente elastico. Se consideriamo il sistema costituito dalla palla, quali grandezze si conservano nel processo?

   a) la componente verticale della quantità di moto e l'energia meccanica;

   b) la quantità di moto e l'energia meccanica;

   c) solo la componente verticale della quantità di moto.

   Motivare la risposta.

4. Un treno merci, composto da cinque vagoni scoperti ciascuno di massa $m = 42$ tonnellate, arranca su una salita del 7% con velocità costante $v = 52\ km/h$.

   a) Determinare la forza $\vec{F}$ che fa avanzare il treno.

$$7 = 100 \sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{7}{100} = 0.07$$

$$F - 5mg \sin\theta = 0$$

$$F = 5mg\sin\theta = 5 \cdot 42\ 000\ kg \cdot 9.80\ m/s^2 \cdot 0.07 = 144\ 060\ N$$

   Ad un certo istante l'ultimo vagone si stacca e, dopo aver percorso 2.3 km, raggiunge il piano.

   b) Con quale velocità v_f il vagone arriva alla base della salita?

$$h = l\sin\theta = 2.3\ km \cdot 0.07 = 161\ m$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$v_f^2 = v^2 + 2gh$$

$$v_f = \sqrt{v^2 + 2gh} = \sqrt{\left(52\ 000\ m \times \frac{1\ h}{3600\ s}\right)^2 + 2 \cdot 9.80\ m/s^2 \cdot 161\ m}$$

$$= \sqrt{14.\bar{4}^2 + 3155.6}\ m/s = \sqrt{208.6 + 3155.6}\ m/s = \sqrt{3364.2}\ m/s$$

$$= 58.0\ m/s = 208.8\ km/h$$

Non appena il vagone ha raggiunto il piano comincia a piovere.

c) Quale massa di acqua deve cadere nel vagone affinché questo dimezzi la sua velocità?

$$mv_f = (m + m_{acqua})\frac{1}{2}v_f$$

$$m_{acqua} = m$$

5. Nel luglio 2005 la NASA ha annunciato la scoperta di un decimo pianeta nel sistema solare oltre Plutone. Battezzato provvisoriamente 2003UB313, il pianeta avrebbe un periodo orbitale di 557 anni.

a) Sapendo che il semiasse maggiore dell'orbita terrestre è $a_T = 149.60 \times 10^6\ km$, calcolare il semiasse maggiore dell'orbita di 2003UB313.

$$\frac{T_T^2}{a_T^3} = \frac{T_X^2}{a_X^3}$$

$$a_X = \sqrt[3]{\frac{T_X^2}{T_T^2}}\ a_T = \sqrt[3]{\frac{557^2}{1}}\ 149.60 \times 10^6\ km = \sqrt[3]{3.10 \times 10^5}\ 149.60 \times 10^6\ km$$

$$= 67.70 \cdot 149.60 \times 10^6\ km = 10\ 123 \times 10^6\ km$$

Dopo accurate osservazioni si è scoperto che 2003UB313 ha anche un satellite naturale che orbita ad una distanza media di 36 000 km dal pianeta con un periodo orbitale di 14 giorni.

b) In base alle misure effettuate, e considerando l'orbita del satellite circolare, qual è la massa di 2003UB313?

$$m_{sat}\omega^2 r = \gamma \frac{m_X m_{sat}}{r^2}$$

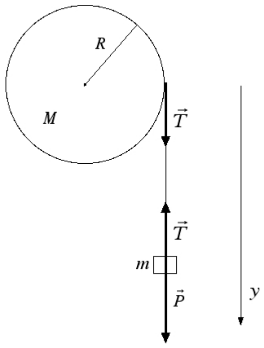
$$m_X = \frac{\omega^2 r^3}{\gamma} = \frac{1}{\gamma}\ \frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = \frac{1}{6.67 \times 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}}\ \frac{4\pi^2 4.67 \times 10^{19} m^3}{(14 \cdot 86\ 400\ s)^2}$$

$$= \frac{1}{6.67 \times 10^{-11}\ kg^{-1}\ s^{-2}}\ \frac{39.48 \cdot 4.67 \times 10^{19}}{(1.21 \times 10^6\ s)^2}$$

$$= \frac{1}{6.67 \times 10^{-11}\ kg^{-1}\ s^{-2}}\ \frac{1.84 \times 10^{21}}{1.46 \times 10^{12}\ s^2}$$

$$= \frac{1.84 \times 10^{24}}{97.38}\ kg = 1.89 \times 10^{22}\ kg$$

6. Una fune ideale (inestendibile, di massa trascurabile) di lunghezza $l = 7.2\ m$ è agganciata ad un estremo ad una ruota di massa $M = 3.5\ kg$ e raggio $R = 27\ cm$, libera di ruotare con attrito trascurabile attorno al proprio asse in un piano verticale. All'altro estremo della fune è agganciato un corpo puntiforme di massa $m = 220\ g$. Ad un certo istante $t_0 = 0$ la ruota è in quiete e la fune è completamente arrotolata attorno alla ruota con l'estremo libero alla stessa quota dell'asse della ruota.



Calcolare:

a) il tempo t_f che impiega la fune per svolgersi completamente;

$$\tau = I\dot{\omega}$$

$$TR = \frac{1}{2}MR^2\dot{\omega}$$

$$y_m = R\theta \ \Rightarrow \ \dot{y}_m = R\dot{\theta} \ \Rightarrow \ \ddot{y}_m = R\ddot{\theta} = R\dot{\omega}$$

$$T = \frac{1}{2}M\ddot{y}_m$$

$$m\ddot{y}_m = mg - T = mg - \frac{1}{2}M\ddot{y}_m$$

$$\ddot{y}_m\left(m + \frac{1}{2}M\right) = mg$$

$$\ddot{y}_m = \frac{m}{m + \frac{1}{2}M}g \ \Rightarrow \ y_m = \frac{m}{2m + M}gt^2$$

$$l = \frac{m}{2m + M}gt_f^2$$

$$t_f^2 = \frac{l}{mg}(2m + M)$$

$$t_f = \sqrt{\frac{l}{mg}(2m + M)} = \sqrt{\frac{7.2\ m}{0.22\ kg \cdot 9.80\ m/s^2}(2 \cdot 0.22\ kg + 3.5\ kg)} = \sqrt{\frac{7.2}{2.156}3.94}\ s = \sqrt{3.34 \cdot 3.94}\ s$$

$$= \sqrt{13.16}\ s = 3.63\ s$$

b) la velocità dell'estremo libero della fune e la velocità angolare della ruota al tempo t_f.

$$\dot{y}_m(t_f) = \frac{m}{m+\frac{1}{2}M} g t_f = \sqrt{\frac{2mlg}{m+\frac{1}{2}M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.22\ kg \cdot 7.2\ m \cdot 9.80\ m/s^2}{0.22\ kg + \frac{1}{2}3.5\ kg}}$$

$$= \sqrt{\frac{31.05}{1.97}}\ m/s = \sqrt{15.76}\ m/s = 3.97\ m/s$$

$$\omega(t_f) = \frac{\dot{y}_m(t_f)}{R} = \frac{3.97\ m/s}{0.27\ m} = 14.70\ rad/s$$

7. In una terna di coordinate cartesiane ortogonali è dato il potenziale $U(r) = -\frac{1}{3}kr^3$, dove r rappresenta la distanza dall'origine e k è una costante.

a) Determinare le dimensioni della costante k.

$$[k] = [m\ l^{-1}\ t^{-2}]$$

b) Scrivere l'espressione della forza associata al potenziale dato.

$$F_x = \frac{\partial U(r)}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{3}k(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}k\frac{3}{2}(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}2x = -krx$$

$$F_y = -kry$$

$$F_z = -krz$$

$$\vec{F} = -kr\vec{r}$$

Un corpo di massa m sottoposto unicamente al campo di forza descritto dal potenziale $U(r)$ si trova ad un certo istante nell'origine del sistema di riferimento con velocità v.

c) Calcolare la distanza dall'origine alla quale la velocità del corpo si annulla.

$$V(r) = -U(r) = \frac{1}{3}kr^3$$

$$T(0) + V(0) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$T(r) + V(r) = \frac{1}{3}kr^3$$

$$\Delta E = 0 \ \Rightarrow\ \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{3}kr^3$$

$$r^3 = \frac{3}{2}\frac{mv^2}{k}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3}{2}\frac{mv^2}{k}}$$

Accelerazione di gravità: $g = 9.80\ m/s^2$
Costante di gravitazione universale: $\gamma = 6.67 \times 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$