Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Sessione invernale 2006 - 1° appello - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-A
(15 dicembre 2006)
Prof. Maurizio Piccinini

Soluzioni

1. Un punto materiale ruota di moto circolare uniforme su un piano orizzontale senza attrito attorno ad un asse fisso. Descrivere la forza alla quale è soggetto e dire se è conservativa.

2. In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale è dato il campo di forze $\vec{F} = F\hat{k}$ (F costante). Calcolarne il momento nei punti $P_1 = (a, a, a)$, $P_2 = (a, a, 0)$ e $P_3 = (a, a, -a)$ rispetto all'origine O del sistema di riferimento dato.

3. Un tuffatore si lancia dal trampolino ed esegue una serie di avvitamenti e giravolte. Trascurando la resistenza dell'aria, quali quantità si conservano durante il salto?

   a) la quantità di moto;
   b) il momento angolare;
   c) il momento d'inerzia;
   d) l'energia totale.

   Motivare la risposta.

4. Un asteroide di massa $m = 5\ 000\ kg$ proviene dallo spazio con velocità $v_i = 18\ km/s$ e si avvicina alla Terra ($M = 5.97 \times 10^{24}\ kg$) fino a una distanza $r_0 = 75\ 000\ km$ prima di allontanarsi definitivamente. Calcolare:

   a) il modulo della forza F_0 che la Terra esercita sull'asteroide quando la distanza tra i due corpi è minima;

$$F_0 = \gamma \frac{Mm}{r_0^2} = 6.67 \times 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2} \frac{5.97 \times 10^{24}\ kg \cdot 5 \times 10^3\ kg}{(7.5 \times 10^7\ m)^2} = 3.54 \times 10^2\ N$$

   b) la velocità v_0 dell'asteroide nel medesimo istante;

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \gamma\frac{Mm}{r_0}$$

$$v_0^2 = v_i^2 + 2\gamma\frac{M}{r_0}$$

$$v_0 = \sqrt{v_i^2 + 2\gamma\frac{M}{r_0}}$$

$$= \sqrt{(1.8 \times 10^4 m/s)^2 + 2 \cdot 6.67 \times 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2} \frac{5.97 \times 10^{24}\ kg}{7.5 \times 10^7\ m}}$$

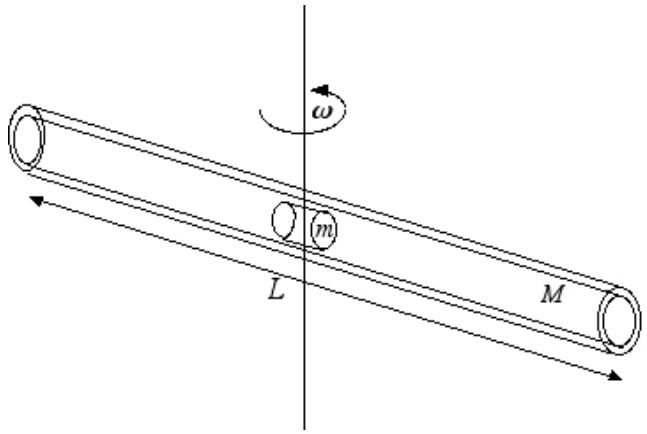
$$= \sqrt{3.24 \times 10^8 + 1.06 \times 10^7}\ m/s = \sqrt{3.35 \times 10^8}\ m/s = 1.83 \times 10^4\ m/s$$

   c) la velocità finale v_f con cui l'asteroide si allontana.

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$v_f = v_i$$

5. Un cilindro omogeneo cavo di lunghezza L, massa M e raggio trascurabile ruota su un piano orizzontale con velocità angolare costante ω_i attorno ad un asse verticale passante per il suo centro di massa e perpendicolare al suo asse di simmetria. Al suo interno un cilindretto di massa m e dimensioni trascurabili, libero di scorrere senza attrito, è posto inizialmente nel centro di massa. In seguito ad una piccola perturbazione il cilindretto viene allontanato da questa posizione di equilibrio.



a) Con quale velocità angolare ω_f ruota il cilindro cavo nell'istante in cui il cilindretto vi fuoriesce?

$$K_i = I_G\omega_i = \frac{1}{12}ML^2\omega_i$$

$$K_f = I_G\omega_f + mv_f\frac{L}{2} = \frac{1}{12}ML^2\omega_f + m\left(\omega_f\frac{L}{2}\right)\frac{L}{2} = \left(\frac{1}{12}M + \frac{1}{4}m\right)L^2\omega_f$$

$$\frac{1}{12}ML^2\omega_i = \left(\frac{1}{12}M + \frac{1}{4}m\right)L^2\omega_f$$

$$\omega_f = \frac{\frac{1}{12}M}{\frac{1}{12}M + \frac{1}{4}m}\omega_i = \frac{M}{M+3m}\omega_i$$

b) Con quale energia la massa m fuoriesce dal cilindro cavo?

$$T_i = \frac{1}{2}I_G\omega_i^2$$

$$T_f = \frac{1}{2}I_G\omega_f^2 + E_m$$

$$T_i = T_f \;\Rightarrow\; E_m = \frac{1}{2}I_G(\omega_i^2 - \omega_f^2)$$

6. Tra due masse puntiformi di massa m_1 ed m_2, poste inzialmente in quiete su un piano orizzontale senza attrito, si trova na molla ideale di costante elastica k e lunghezza di riposo Δx. Le due masse sono tenute unite in modo da comprimere totalmente la molla. Ad un certo istante le due masse vengono lasciate libere di muoversi.

a) Quali sono le velocità delle due masse dopo la loro separazione?

$$\begin{cases} 0 = m_1v_1 - m_2v_2 & \Rightarrow\; v_1 = \frac{m_2}{m_1}v_2 \\ \frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 & \Rightarrow\; k\Delta x^2 = \frac{m_2}{m_1}(m_1+m_2)v_2^2 \end{cases}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}\frac{k\Delta x^2}{(m_1+m_2)}}$$

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1}\sqrt{\frac{m_1}{m_2}\frac{k\Delta x^2}{(m_1+m_2)}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}\frac{k\Delta x^2}{(m_1+m_2)}}$$

Mentre la massa m_2 prosegue indisturbata il suo cammino, la massa m_1, dopo aver percorso una distanza d, urta elasticamente un muro.

b) Quale deve essere il rapporto, espresso in funzione delle distanze percorse, tra le due masse affinché si ricongiungano ad una distanza l dal punto di partenza?

$$l = v_2\Delta t$$

$$\Delta t = \frac{l}{v_2}$$

$$2d + l = v_1\Delta t = l\frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{2d+l}{l}$$

Costante di gravitazione universale: $\gamma = 6.67 \times 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$