

## Soluzioni

1. *La forza centrifuga è una forza conservativa.*  
Dire se questa affermazione è vera o no, motivando la risposta.
2. *Per mettere in rotazione un cilindro trainandolo con una fune è sempre necessario che il cilindro sia a contatto con una superficie che eserciti una forza di attrito.*  
Commentare la veridicità o meno di questa affermazione.
3. Quanto vale il campo gravitazionale all'interno di una sfera cava omogenea di massa  $M$ ?
  - a) Il suo modulo varia con  $r$ , raggio della sfera, secondo la formula  $\gamma \frac{M}{r^2}$ , come se tutta la massa fosse concentrata al centro della sfera;
  - b) il campo gravitazionale cresce al crescere del raggio;
  - c) il campo gravitazionale è nullo su tutto il volume interno alla sfera.

Dire quale opzione è giusta e motivare la risposta.

4. Un punto materiale di massa  $m$  si muove soggetto alla forza  $\vec{F}(t) = \vec{F}_0 \cos(\omega t)$ , con  $F_0$  costante. All'istante  $t = 0$  il punto si trova nell'origine del sistema di assi cartesiani e la sua velocità ha modulo  $v_0$  e stessa direzione e verso della forza.
  - a) Risolvere il problema fondamentale della dinamica.

$$F_0 \cos(\omega t) = ma \Rightarrow a(t) = \frac{F_0}{m} \cos(\omega t) \Rightarrow v(t) = \frac{F_0}{\omega m} \sin(\omega t) + v_0 \Rightarrow x(t) = -\frac{F_0}{\omega^2 m} \cos(\omega t) + v_0 t + k$$

$$0 = -\frac{F_0}{\omega^2 m} + k \Rightarrow k = \frac{F_0}{\omega^2 m} \Rightarrow x(t) = \frac{F_0}{\omega^2 m} [1 - \cos(\omega t)] + v_0 t$$

- b) Trovare il limite dell'equazione del moto quando  $\omega \rightarrow \infty$ .

$$x(t) = v_0 t; \text{ moto rettilineo uniforme}$$

5. Un punto materiale è soggetto alla forza  $\vec{F} = k_1(P - O) + k_2\vec{v}$ , dove  $k_1$  e  $k_2$  sono costanti,  $(P - O)$  rappresenta il vettore posizione del punto e  $\vec{v}$  la sua velocità.

- a) Dire se la forza è conservativa o no.

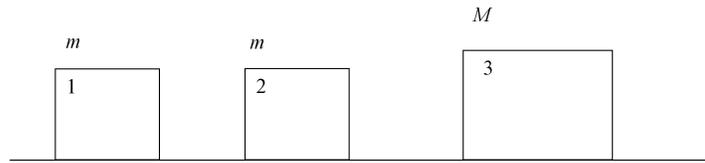
*no: non è posizionale*

- b) Se il punto percorre una traiettoria circolare centrata in  $O$ , con moto circolare uniforme di periodo  $T$ , ricavare il lavoro compiuto dalla forza in un giro completo della traiettoria.

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{P} = \cancel{k_1(P - O)} \cdot d\vec{P} + k_2\vec{v} \cdot d\vec{P} = k_2 \frac{d\vec{P}}{dt} \cdot d\vec{P} = k_2 v^2 dt = k_2 \left( \frac{2\pi|P - O|}{T} \right)^2 dt$$

$$L = \int_0^{2\pi R} dL = k_2 \left( \frac{2\pi|P - O|}{T} \right)^2 \int_0^T dt = k_2 \left( \frac{2\pi|P - O|}{T} \right)^2 T = 2\pi|P - O|k_2 v$$

6. Tre blocchetti, numerati 1, 2 e 3, due di massa  $m$  ed il terzo di massa  $M > m$ , sono disposti su un piano orizzontale come in figura. Tra i blocchi e il piano non vi è attrito. Il primo urta con velocità  $v$  elasticamente il secondo, inizialmente immobile. Questo quindi urta il blocco di massa  $M$ , sempre elasticamente.



- a) Trovare massa e velocità del blocco di massa  $M$  se il blocco n. 2 “rimbalza” con velocità  $\frac{v}{2}$ .

$$\left. \begin{aligned} mv &= -\frac{1}{2}mv + MV \\ \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{8}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} V &= \frac{3}{2}\frac{m}{M}v \\ M &= 3m \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} V &= \frac{1}{2}v \\ M &= 3m \end{aligned} \right\}$$

- b) Il blocco n. 2 urta quindi il n. 1 con urto perfettamente anelastico: trovare la velocità finale del sistema 1 - 2.

$$-\frac{1}{2}mv = -2mv_x \Rightarrow v_x = \frac{1}{4}v$$