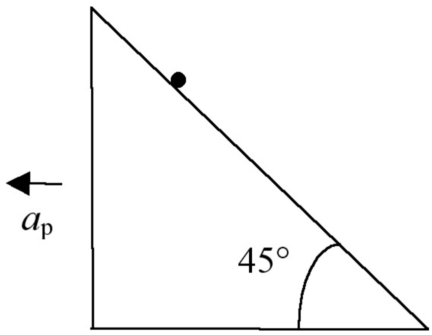
Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Sessione estiva 2008 - Primo appello - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-A
(27 giugno 2008)
Prof. Maurizio Piccinini

Soluzioni

1. Un disco sottile NON omogeneo rotola senza strisciare lungo un piano inclinato. Commentare la seguente affermazione: *La velocità del centro di massa è maggiore della velocità del centro geometrico del disco.*

2. Un punto materiale è posato su un piano inclinato di 45°. Il piano si muove orizzontalmente con accelerazione $a_p = g$ come illustrato in figura.



   Quanto vale la reazione vincolare esercitata dal piano inclinato sul punto materiale?

3. Un proiettile di massa M esplode in aria in due frammenti uguali. Un attimo prima dell'esplosione la sua velocità vale v ed è parallela al suolo. Un frammento procede nella stessa direzione con velocità $2v$. Dire quale delle seguenti affermazioni è quella giusta:

   a) la situazione è impossibile perché viola la conservazione della quantità di moto;

   b) il secondo frammento viaggia in direzione opposta al primo con velocità $-v$;

   c) il secondo frammento cade verticalmente dal punto dell'esplosione.

   Motivare la risposta.

4. Un satellite di massa $m = 200\ kg$ è in orbita attorno alla Terra su una traiettoria circolare ad una quota $h = 650\ km$ rispetto alla superficie terrestre.

   a) Calcolare la velocità e il periodo del satellite.

$$r_i = R + h$$

$$F = ma \ \Rightarrow \ \gamma \frac{Mm}{r_i^2} = m\frac{v_i^2}{r_i}$$

$$v_i = \sqrt{\frac{\gamma M}{r_i}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2 \cdot 5.97 \cdot 10^{24}\ kg}{(6.37 \cdot 10^6 + 6.5 \cdot 10^5)\ m}} = \sqrt{\frac{3.98 \cdot 10^{14}\ m^2/s^2}{7.02 \cdot 10^6}} = \sqrt{5.67 \cdot 10^7\ m^2/s^2} = 7.53\ km$$

$$T_i = \frac{2\pi r_i}{v_i} = \frac{2\pi(6.37 \cdot 10^6 + 6.5 \cdot 10^5)\ m}{7.53 \times 10^3\ m/s} = \frac{4.41 \cdot 10^7}{7.53 \times 10^3}\ s = 5.86 \cdot 10^3\ s$$

Per vari motivi il satellite perde ad ogni giro un'energia pari a $\Delta E = 1.4 \times 10^5\ J$. Nell'ipotesi che il satellite continui a girare sempre su orbite approssimativamente circolari, calcolare, dopo 1500 giri:

b) l'energia meccanica finale del satellite;

$$V(r) = -\gamma \frac{Mm}{r}; \quad \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2}\gamma \frac{Mm}{r_i} \;\Rightarrow\; E_i = \frac{1}{2}\gamma \frac{Mm}{r_i} - \gamma \frac{Mm}{r_i} = -\frac{1}{2}\gamma \frac{Mm}{r_i}$$

$$E_f = E_i - \Delta E \cdot 1500 = -\frac{1}{2} 6.67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2 \frac{5.97 \cdot 10^{24}\ kg \cdot 200\ kg}{7.02 \cdot 10^6\ m} - 1.4 \times 10^5\ J \cdot 1500$$

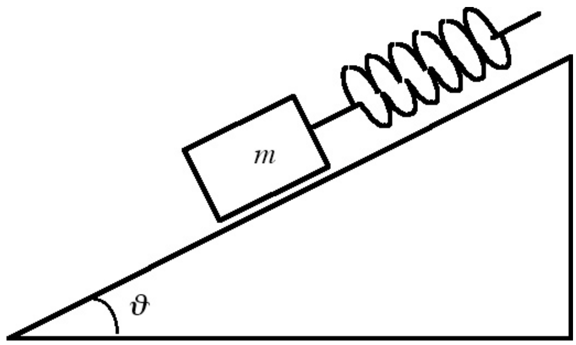
$$= (-5.67 \cdot 10^9 - 2.1 \cdot 10^8)\ J = -5.88 \cdot 10^9\ J$$

c) la nuova distanza dalla terra.

$$E_f = -\frac{1}{2}\gamma \frac{Mm}{r_f} \;\Rightarrow\; r_f = -\frac{1}{2}\gamma \frac{Mm}{E_f} = -\frac{1}{2} 6.67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2 \frac{5.97 \cdot 10^{24}\ kg \cdot 200\ kg}{-5.88 \cdot 10^9\ J} = \ m = 6.77 \cdot 10^6\ m$$

$$h_f = r_f - R = (6.77 - 6.37) \cdot 10^6\ m = 0.40\ m$$

5. Un blocco di massa m è posto su un piano scabro, inclinato di un angolo θ, ed è attaccato ad una molla di costante elastica k (vedi figura). Il coefficiente di attrito statico è maggiore di quello dinamico ($\mu_s > \mu_c$).



Se il blocco viene allontanato dal punto di equilibrio, in cui la forza elastica si annulla, determinare:

a) la distanza massima x_{max} dalla posizione di equilibrio alla quale il blocco, se rilasciato, non si muove.

$$\mu_s mg \cos\theta + mg \sin\theta = k x_{max} \;\Rightarrow\; x_{max} = \frac{mg}{k}(\mu_s \cos\theta + \sin\theta)$$

In questa condizione al blocco viene data una spinta minima che lo mette in movimento.
Determinare:

b) la lunghezza x_0 alla quale la massa raggiunge la massima velocità;

$$kx - \mu_c mg \cos\theta - mg \sin\theta = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = 0 \;\Rightarrow\; x_0 = \frac{mg}{k}(\mu_c \cos\theta + \sin\theta)$$

c) il lavoro svolto dalla forza peso, dalla forza elastica e dalla forza di attrito quando la molla si è accorciata fino a una lunghezza x.

$$L_{peso} = -mg\sin\theta(x_{max} - x)$$

$$L_{el} = \frac{1}{2}k(x_{max}^2 - x^2)$$

$$L_{attr} = -\mu_c mg\cos\theta(x_{max} - x)$$

6. Una ruota di massa M e raggio R ruota senza attrito attorno al proprio asse su un piano verticale con velocità angolare ω_i.
Calcolare:

a) l'energia cinetica e il momento angolare iniziali della ruota.

$$T_i = \frac{1}{2}I\omega_i^2 = \frac{1}{4}MR^2\omega_i^2$$

$$K_i = I\omega_i = \frac{1}{2}MR^2\omega_i$$

Ad un certo istante un frammento di massa m, di dimensioni trascurabili, si stacca dal bordo della ruota con velocità diretta verticalmente verso l'alto.
Calcolare:

b) la quota massima raggiunta dal frammento (calcolata rispetto al punto in cui si stacca);

$$v = \omega_i R$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \;\Rightarrow h = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{(\omega_i R)^2}{g}$$

c) la velocità angolare, l'energia cinetica e il momento angolare finali della ruota.

$$I_f = \left(\frac{1}{2}M - m\right)R^2$$

$$K_f = I_f\omega_f + mvR$$

$$\Delta K = 0 \;\Rightarrow\; I_f\omega_f + mvR = I\omega_i \;\Rightarrow\; \left(\frac{1}{2}M - m\right)R^2\omega_f + m\omega_i R^2 = \frac{1}{2}MR^2\omega_i$$

$$w_f = \frac{\frac{1}{2}M - m}{\frac{1}{2}M - m}\omega_i = \omega_i$$

$$T_f = \frac{1}{2}I_f\omega_f^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}M - m\right)R^2\omega_f^2$$

$$K_f = I_f\omega_f = \left(\frac{1}{2}M - m\right)R^2\omega_f$$

Costante di gravitazione universale: $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$
Massa della Terra: $M = 5.97 \cdot 10^{24}\ kg$
Raggio della Terra: $R = 6.37 \cdot 10^{6}\ m$