Università di Bologna - Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria, II Facoltà - Cesena
Appello autunnale per laureandi - Prova scritta del corso di Fisica Generale L-B
(16 novembre 2006)
Prof. Maurizio Piccinini

Soluzioni

1. In una trasformazione reversibile la variazione di entropia è nulla. Dire se quest'affermazione è vera o falsa e motivare la risposta.

2. Siano date due sfere conduttrici molto distanti fra loro. La prima, di raggio r, porta una carica $q = 4\ C$. La seconda, di raggio $3r$, è scarica. Le sfere vengono unite da un filo conduttore sottilissimo. Quanto vale la carica finale in ciascuna delle sfere? Quale delle due sfere ha la densità di carica più elevata?

$$\begin{cases} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{R_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{R_2} \\ q_1 + q_2 = q \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{q_1}{r} = \frac{q_2}{3r} \\ q_1 + q_2 = q \end{cases}$$

$$3q_1 = q - q_1 \ \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 1\ C \\ q_2 = 3\ C \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{1}{4\pi r^2} \\ \sigma_2 = \frac{3}{4\pi 9 r^2} \end{cases} \Rightarrow \ \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 3$$

3. In una certa regione di spazio una carica elettrica si muove di moto rettilineo uniforme. Trascurando altre interazioni, si può dire con certezza che:

   a) se sulla carica agiscono campi elettrici allora agiscono anche campi magnetici;
   b) sulla carica agiscono solo campi elettrici;
   c) sulla carica agiscono solo campi magnetici.

   Dire quale tra le precedenti affermazioni è vera e motivare la risposta.

4. Un cilindro rigido di materiale isolante contiene un pistone, anch'esso isolante, libero di muoversi senza attrito. Inizialmente il cilindro è diviso in due parti uguali dal pistone e ciascuna delle due parti contiene una mole dello stesso gas perfetto ad una temperatura T_1 e una pressione P_1. Una resistenza elettrica viene installata nella porzione A del cilindro e ad essa viene somministrata energia in modo che la temperatura della porzione A cresca lentamente fino ad una temperatura T_{A_2}.
   Nell'ipotesi che il cilindro e il pistone abbiano capacità termiche trascurabili e che la trasformazione sia quasi stazionaria esprimere, in funzione della temperatura iniziale, del rapporto tra le pressioni iniziale e finale e dei calori specifici c_V e c_P:

   a) le variazioni di temperatura ΔT_A e ΔT_B nelle due porzioni A e B del cilindro;

$$\frac{T_{B_2}}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \ \Rightarrow \ T_{B_2} = T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\Delta T_B = T_{B_2} - T_1 = T_1\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]$$

$$V_{tot} = (n_A + n_B)\frac{RT_1}{P_1} = \frac{(n_A RT_{A_2} + n_B RT_{B_2})}{P_2}$$

$$2\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_{A_2}}{T_1} + \frac{T_{B_2}}{T_1}$$

$$\frac{T_{A_2}}{T_1} = 2\frac{P_2}{P_1} - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_{A_2} = T_1\left[2\frac{P_2}{P_1} - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]$$

$$\Delta T_A = T_{A_2} - T_1 = T_1\left[2\frac{P_2}{P_1} - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]$$

b) la quantità di calore fornita al sistema dalla resistenza.

$$\Delta U_{tot} = Q - L$$

$$L = 0$$

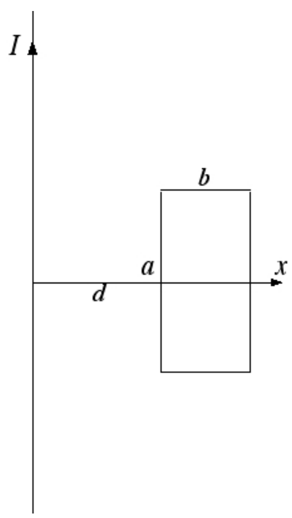
$$Q = n_A \Delta U_A + n_B \Delta U_B$$

$$\Delta U = c_V \Delta T$$

$$\Delta T_A + \Delta T_B = T_1\left[2\frac{P_2}{P_1} - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] + T_1\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] = 2T_1\left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right)$$

$$Q = c_V \Delta T_A + c_V \Delta T_B = c_V(\Delta T_A + \Delta T_B) = 2c_V T_1\left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right)$$

5. Una spira rettangolare ha lati $a = 12\ cm$ e $b = 5\ cm$ e resistenza $R = 40\ \Omega$. Sullo stesso piano della spira a distanza $d = 7\ cm$ dal lato maggiore si trova un filo rettilineo infinito percorso da una corrente costante $I = 25\ mA$. Ad un certo istante la spira viene fatta ruotare di 180° attorno al lato maggiore più vicino al filo.



a) Scrivere l'espressione della variazione del flusso del campo magnetico concatenato con la spira per effetto della rotazione.

$$\Phi_i(\vec{B}) = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_d^{d+b} \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}\, a\, dx = \frac{\mu_0}{2\pi}\, Ia \int_d^{d+b}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0}{2\pi}\, Ia \ln\left(\frac{d+b}{d}\right)$$

$$\Phi_f(\vec{B}) = -\frac{\mu_0}{2\pi}\, Ia \int_{d-b}^{d}\frac{dx}{x} = -\frac{\mu_0}{2\pi}\, Ia \ln\left(\frac{d}{d-b}\right)$$

$$\Phi_f - \Phi_i = \frac{\mu_0}{2\pi}\, Ia \left[-\ln\left(\frac{d}{d-b}\right) - \ln\left(\frac{d+b}{d}\right)\right] = -\frac{\mu_0}{2\pi}\, Ia \ln\left(\frac{d+b}{d-b}\right)$$

b) Calcolare la carica complessiva che attraversa la spira (si trascurino effetti di autoinduzione).

$$i(t) = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

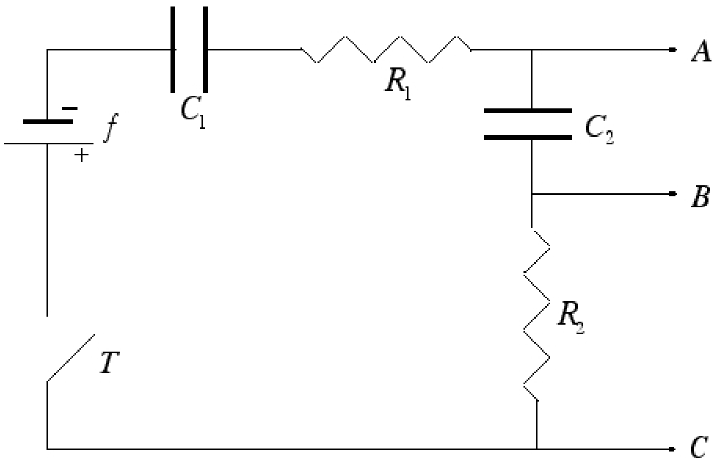
$$dQ = i(t)dt$$

$$Q = \int_{t_i}^{t_f} i(t)dt = -\int_{t_i}^{t_f}\frac{1}{R}\frac{d\Phi(t)}{dt}dt = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_i}^{\Phi_f} d\Phi = -\frac{1}{R}(\Phi_f - \Phi_i) = \frac{1}{R}\frac{\mu_0}{2\pi}\, Ia \ln\left(\frac{d+b}{d-b}\right)$$

$$= \frac{1}{40\ \Omega}\frac{4\pi\times 10^{-7}\ Wb/Am}{2\pi}\ 25\times 10^{-3}\ A\cdot 0.12\ m \ln\left(\frac{7+5}{7-5}\right)$$

$$= 1.5\times 10^{-11}\ln 6\ Wb/\Omega = 2.69\times 10^{-11}\ C$$

6. Nel circuito in figura il generatore (ideale) ha f.e.m. f e i due condensatori, inizialmente scarichi, hanno la medesima capacità C.



All'istante $t = 0$ l'interruttore T viene chiuso.
Esprimere analiticamente la variazione della differenza di potenziale:

a) ai capi del condensatore C_2 $(V_B - V_A)$;

$$f - iR_2 - \frac{q}{C_2} - iR_1 - \frac{q}{C_1} = 0$$

$$f - i(R_2 + R_1) - \frac{q}{C_2} - \frac{q}{C_1} = 0$$

$$f - i(R_{eq}) - 2\ \frac{q}{C} = 0$$

$$R_{eq} = R_2 + R_1$$

$$i = \frac{dq}{dt} \geq 0$$

$$f - \frac{dq}{dt}R_{eq} - 2\ \frac{q}{C} = 0$$

$$Cf - 2q = \frac{dq}{dt}CR_{eq}$$

$$\frac{dq}{Cf - 2q} = \frac{dt}{CR_{eq}}$$

$$\int_0^q \frac{dq'}{Cf - 2q'} = \int_0^t \frac{dt'}{CR_{eq}}$$

$$\ln\left(\frac{Cf - 2q}{Cf}\right) = -2\frac{t}{CR_{eq}}$$

$$Cf - 2q = Cf\ e^{-2\frac{t}{CR_{eq}}}$$

$$q(t) = \frac{Cf}{2}\left(1 - e^{-2\frac{t}{CR_{eq}}}\right)$$

$$V_B - V_A = \frac{q(t)}{C} = \frac{f}{2}\left(1 - e^{-2\frac{t}{CR_{eq}}}\right)$$

b) ai capi della resistenza R_2 $(V_C - V_B)$.

$$V_C - V_B = iR_2 = \frac{dq}{dt}R_2 = \frac{fR_2}{R_{eq}} - 2\ \frac{qR_2}{CR_{eq}} = \frac{fR_2}{R_{eq}} - 2\ \frac{R_2}{CR_{eq}}\frac{Cf}{2}\left(1 - e^{-2\frac{t}{CR_{eq}}}\right)$$

$$= \frac{fR_2}{R_{eq}} - \frac{fR_2}{R_{eq}}\left(1 - e^{-2\frac{t}{CR_{eq}}}\right) = \frac{fR_2}{R_{eq}}e^{-2\frac{t}{CR_{eq}}}$$

Permeabilità magnetica del vuoto: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ Wb/Am = 4\pi \times 10^{-7}\ Henry/m$
Equazioni di Poisson: $pV^{\gamma} = costante$, $TV^{\gamma-1} = costante$, $Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = costante$