

## Soluzioni

1. La macchina di Carnot:

- scambia calore con almeno due serbatoi di calore;
- se è reversibile può avere rendimento 100%;
- può funzionare con fluidi termodinamici diversi.

Scegliere l'affermazione giusta motivandola e spiegando anche le inesattezze delle affermazioni sbagliate.

2. Esprimere la densità di energia (energia per unità di volume) immagazzinata separatamente in un campo elettrico ed in un campo magnetico. Dire quale delle due è maggiore.

$$u_E = \frac{\epsilon}{2} E^2, \quad u_B = \frac{1}{2\mu} B^2; \quad B = \frac{E}{c} \Rightarrow u_B = \frac{\epsilon\mu}{2\mu} E^2 = u_E$$

3. Date tre resistenze uguali di valore  $R_0$ , combinarle in modo tale che la resistenza equivalente, sottoposta ad una differenza di potenziale  $V_0$ , sia attraversata da una corrente pari a  $\frac{3}{2}$  della corrente che attraverserebbe una di esse sottoposta alla stessa  $V_0$ .

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2R_0} + \frac{1}{R_0} = \frac{3}{2R_0} \Rightarrow R = \frac{2}{3} R_0$$

$$V_0 = RI = \frac{2}{3} R_0 \frac{3}{2} I_0 = R_0 I_0$$

4. Un punto materiale di massa  $m = 1 \text{ g}$  e carica  $q = 1 \text{ } \mu\text{C}$  si muove sotto l'influenza del campo elettrico generato da una carica puntiforme fissa  $Q = -1 \text{ } \mu\text{C}$ . All'istante iniziale la carica  $q$  si trova a distanza  $d = 1 \text{ mm}$  da  $Q$  e ha una velocità  $\vec{v}$  perpendicolare alla congiungente di  $Q$  con  $q$ .

Calcolare:

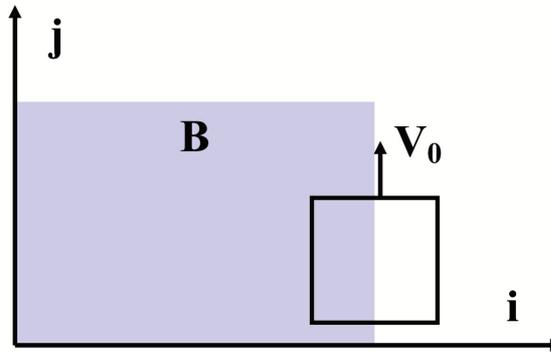
- per quale valore  $v$  del modulo di  $\vec{v}$  la carica  $q$  si muove di moto circolare uniforme pari a  $v$  ad ogni istante successivo;

$$m \frac{v^2}{d} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{d^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{dm}} = \sqrt{\frac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}} \frac{10^{-6} \cdot 10^{-6}}{10^{-3} \cdot 10^{-3}}} = 94.8 \text{ m/s}$$

- il campo elettrico prodotto da entrambe le cariche  $Q$  e  $q$  in un punto  $P$  a distanza  $D = 10 d$  da  $Q$  lungo il prolungamento della congiungente di  $Q$  con  $q$ .

$$\begin{cases} E_Q = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{D^2} \\ E_q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(D-d)^2} \end{cases} \Rightarrow E_{TOT} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{100} - \frac{1}{81} \right) \frac{Q}{d^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12}} \left( \frac{1}{100} - \frac{1}{81} \right) \frac{10^{-6}}{10^{-6}} = 2.11 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

5. Un circuito rigido quadrato, di lato  $L$ , è costituito di un filo di alluminio di resistività  $\rho$  e sezione  $S$ . Esso si trova in un piano  $xy$  con i lati paralleli ai due assi, ed è immerso in un campo di induzione magnetica uniforme di modulo  $B_z$  diretto lungo l'asse  $z$  nel verso positivo (uscendo dal foglio), limitato all'area grigia di figura. Il circuito, inizialmente immerso per metà nel campo magnetico (vedi figura), trasla parallelamente all'asse  $y$  con velocità che viene mantenuta costante di modulo  $V_0$ .



Determinare, giustificando:

- a) il verso della corrente indotta (orario o antiorario), con riferimento alla figura;

*antiorario*

- b) l'intensità di tale corrente nel circuito durante il moto;

$$\varepsilon_{ind} = i_{ind} \rho \frac{4L}{S} = -\frac{\partial \Phi(B_z)}{\partial t} = \frac{B_z L v_0}{2} \Rightarrow i_{ind} = \frac{B_z S v_0}{8\rho}$$

- c) l'energia totale dissipata nel circuito per effetto Joule;

$$\Delta t = \frac{L}{v_0}$$

$$E_{Joule} = i_{ind}^2 \rho \frac{4L}{S} \Delta t = \left( \frac{B_z S v_0}{8\rho} \right)^2 \rho \frac{4L}{S} \frac{L}{v_0} = \frac{B_z^2 S v_0 L^2}{16\rho}$$

- d) il lavoro effettuato per portare il circuito completamente fuori del campo.

$$\delta W = \delta F_{Lorentz} \cdot L = dq v_0 B_z \cdot L = i_{ind} v_0 B_z \cdot L dt$$

$$W = \frac{1}{2} i_{ind} v_0 B_z L \frac{L}{v_0} = \frac{B_z^2 S v_0 L^2}{16\rho}$$

6. Due moli di gas perfetto monoatomico effettuano una trasformazione termodinamica composta, nell'ordine, da:

- 1 - una espansione isobara  $AB$ ;
- 2 - una espansione isoterma  $BC$ ;
- 3 - una trasformazione isocora  $CD$ .

Noti i valori  $T_A = 250 \text{ K}$ ,  $P_A = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $V_B = \frac{5}{2} V_A$ ,  $V_C = 2V_B$ ,  $Q_{CD} = -9348.75 \text{ J}$  calcolare:

- a) il lavoro fatto dal gas nelle trasformazioni  $AB$  e  $BC$ ;

$$V_A = \frac{nRT_A}{p_A}$$

$$L_{AB} = p_A(V_B - V_A) = p_A \left( \frac{5}{2} - 1 \right) V_A = \frac{3}{2} p_A \frac{nRT_A}{p_A} = \frac{3}{2} nRT_A = 3RT_A = 6232.5 \text{ J}$$

$$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{5 p_A V_A}{2 nR} = \frac{5}{2} T_A$$

$$L_{BC} = nRT_B \int_B^C \frac{dV}{V} = nR \frac{5}{2} T_A \ln \frac{V_C}{V_B} = 5RT_A \ln 2 = 7200 \text{ J}$$

b) il calore scambiato dal gas nelle trasformazioni  $AB$  e  $BC$ ;

$$Q_{AB} = U_{AB} + L_{AB} = nc_v T_{AB} + L_{AB} = 2 \frac{3}{2} R \left( \frac{5}{2} - 1 \right) T_A + 3RT_A = \frac{15}{2} RT_A = 15581.25 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = L_{BC} = 7200 \text{ J}$$

c) la variazione di energia interna del gas nella trasformazione complessiva da  $A$  a  $D$ .

$$U_{AD} = nc_v T_{AD} + Q_{CD} = 2 \frac{3}{2} R \frac{3}{2} T_A + Q_{CD} = 9348.75 \text{ J} - 9348.75 \text{ J} = 0$$

d) Sulla base del risultato del quesito c) dire se è possibile riportare il gas da  $D$  ad  $A$  con una trasformazione isoterma.

*si*

---

Costante dielettrica del vuoto:  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$

Costante universale dei gas:  $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$