Problema N. 12

Un maestro di violino di un conservatorio sta impartendo le prime lezioni ad un suo allievo. Dopo aver accordato il violino, egli genera una nota *Mi* corrispondente alla frequenza fondamentale (ν_1 = 330 Hz) di vibrazione di una delle corde del violino stesso. Tale corda ha una lunghezza L = 40 cm, un diametro Φ = 1 mm, ed è di acciaio avente una densità volumetrica ρ_{SS} = 7.8 g/cm^3. Il maestro sviluppa una potenza P = 1.26 mW per produrre tale suono.

1) Trovare a quale distanza D dal maestro deve trovarsi un ascoltatore per sentire il suono corrispondente alla nota *Mi* con un livello sonoro di 60 dB.

Considerando l'aria nella stanza come un gas perfetto biatomico avente densità ρ_a = 1.22 kg/m^3, e assumendo che il suono si propaghi in tale mezzo con una velocità di modulo v_a = 350 m/s, determinare:

2) la pressione dell'aria (in atm) all'interno della stanza;
3) la tensione che il maestro di violino ha applicato alla corda che sta producendo il suono corrispondente alla nota *Mi*.

Il maestro invita ora l'allievo a porsi al suo fianco e a suonare anch'egli la stessa nota con un violino uguale al suo. L'ascoltatore avverte però dei battimenti, con una frequenza ν_{bat} = 10 Hz. Determinare:

4) la tensione che l'allievo ha applicato alla corda del suo violino.

Soluzione

1) $P = 4\pi D^2 I_p \qquad D = \left(\frac{P}{4\pi I_p}\right)^{1/2}$

$\beta = 10 \log_{10} \frac{I_p}{I_0} \qquad I_0 \simeq 10^{-12}\ W/m^2 \Rightarrow I_p = 10^{-6}\ W/m^2$

$D = \left(\frac{1,26 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-6}}\right)^{1/2} \simeq 10\ m$

2) Gas perfetto biatomico $\Rightarrow \gamma = 1,4$ + (trasf. adiabatica $\Rightarrow$ quasi statica)

$v_a = \sqrt{\frac{\gamma p_a}{\rho_a}} \Rightarrow p = \frac{\rho_a v_a^2}{\gamma} = 106750\ P_a \simeq 1,05\ atm$

3) $\rho_{ss} = 7,8 \times 10^3\ Kg/m^3 \qquad L = 0,4\ m \qquad \phi = 10^{-3}\ m$

$\mu = \frac{M}{L} = \frac{\rho_{ss}\, \pi \left(\frac{\phi}{2}\right)^2 L}{L} \simeq 6,13 \times 10^{-3}\ Kg/m$

$v_c = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad$ ma $\quad \nu_1 = \frac{v_c}{2L} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$

$T = \mu (2 \nu_1 L)^2 \simeq 427\ N \quad (\equiv T_1)$

4) $\nu_{batt} = \nu_1 - \nu_2 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T_1}{\mu}} - \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T_2}{\mu}}$

$10 = 330 - \frac{1}{0,8}\sqrt{\frac{T_2}{6,13 \times 10^{-3}}} \Rightarrow T_2 \simeq 402\ N$

Ovviamente è valida anche la soluzione $\nu_{batt} = \nu_2 - \nu_1 \rightarrow T_2 = 454$ N