Problema N. 18

Due sorgenti coerenti di onde sonore A e B, in fase e di uguale frequenza ($\nu = 170$ Hz), irradiano uniformemente in aria in ogni direzione ($\rho_{aria} = 1,23$ g/dm^3; velocità di propagazione del suono $v_{aria} = 340$ m/s). Le potenze dei segnali emessi sono rispettivamente $P_A = 12,56 \cdot 10^{-3}$ W e $P_B = 25,12 \cdot 10^{-3}$ W. Calcolare:

1) Lo sfasamento fra le due onde in un punto C, che si trova a distanza $r_A = 3$ m da A e $r_B = 4$ m da B;
2) I livelli sonori di ciascuno dei due segnali in C, considerati separatamente;
3) L'intensità dell'onda risultante in C.

Si supponga ora che l'intero sistema venga immerso in acqua (supposta omogenea e isotropa, $\rho_{acqua} = 0,98$ g/cm^3; velocità di propagazione del suono $v_{acqua} = 1360$ m/s). In tale situazione, determinare:

4) L'ampiezza dell'onda risultante in C.

Traccia della soluzione

- Lo sfasamento dipende dalla differenza di cammino;

$$\frac{\Delta r}{\lambda}=\frac{\delta}{2\pi}\Rightarrow\delta=\frac{2\pi}{v/\nu}\left(r_B-r_A\right)=\frac{6,28}{340/170}\cdot 1=3,14\text{ rad}=180°$$

- Nelle onde sonore l'intensità è potenza per unità di superficie:

$$I_A=\frac{P_A}{4\pi r_A^2}=\frac{12,56\cdot 10^{-3}}{12,56\cdot 9}=1,111\cdot 10^{-4}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}\Rightarrow 10\log_{10}\frac{I_A}{10^{-12}}=80,46\,\text{db}$$

$$I_B=\frac{P_B}{4\pi r_B^2}=\frac{25,12\cdot 10^{-3}}{12,56\cdot 16}=1,25\cdot 10^{-4}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}\Rightarrow 10\log_{10}\frac{I_B}{10^{-12}}=80,97\,\text{db}$$

-

$$I_A=\frac{1}{2}Z_0\omega^2A_A^2=k\,A_A^2;\ I_B=\frac{1}{2}Z_0\omega^2A_B^2=k\,A_B^2$$

$$A_{tot}^2=A_A^2+A_B^2+2A_AA_B\cos\delta$$

$$\Rightarrow kA_{tot}^2=kA_A^2+kA_B^2+2kA_AA_B\cos\delta$$

$$\Rightarrow I_{tot}=I_A+I_B+2\sqrt{I_AI_B}\cos\delta=\left(1,111\cdot 10^{-4}\right)+\left(1,25\cdot 10^{-4}\right)-2\sqrt{1,11\cdot 1,25}\;10^{-4}=$$

$$=\left(2.361-2\cdot 1,178\right)10^{-4}=5\cdot 10^{-7}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

- $$\frac{\Delta r}{\lambda}=\frac{\delta_a}{2\pi}\Rightarrow\delta_a=\frac{2\pi}{v_a/\nu}\left(r_B-r_A\right)=\frac{6,28}{1360/170}\cdot 1=0,785\text{ rad}\Rightarrow\cos\delta_a=0,71$$

$$I_{tot}=I_A+I_B+2\sqrt{I_AI_B}\cos\delta_a=\left(1,111\cdot 10^{-4}\right)+\left(1,25\cdot 10^{-4}\right)+0,71\cdot 2\sqrt{1,11\cdot 1,25}\;10^{-4}=$$

$$=\left(2.361+1,41\cdot 1,178\right)10^{-4}=4,022\cdot 10^{-4}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$Z_0=\rho v=0,98\cdot 10^3\cdot 1360=1,333\cdot 10^6\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}}\equiv\frac{\text{W}\,\text{t}^2}{\text{m}^4}$$

$$\Rightarrow k=\frac{1}{2}Z_0\omega^2=\frac{1}{2}1,333\cdot 10^6\left(2\pi\cdot 170\right)^2=76,04\;10^{10}\ \frac{\text{W}}{\text{m}^4}$$

$$A=\sqrt{\frac{I}{k}}=\sqrt{\frac{4,022\cdot 10^{-4}}{76,04\;10^{10}}}=2,3\cdot 10^{-8}\,\text{m}$$

oppure:

$$A^2 = \frac{I}{\frac{1}{2} Z_0 \omega^2} = \frac{I}{\frac{1}{2}\rho v \left(2\pi\nu\right)^2} = \frac{I}{2\pi^2 \nu^2 \rho v}$$

$$\begin{cases} A_A^2 = \dfrac{I_A}{2\pi^2\nu^2\rho v} = \dfrac{1{,}111 \cdot 10^{-4}}{19{,}73 \cdot 0{,}98 \cdot 10^3 \cdot 170^2 \cdot 1360} = \dfrac{1{,}111 \cdot 10^{-4}}{7{,}6 \cdot 10^{11}} = 1{,}46 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{m}^2 \\ A_B^2 = \dfrac{I_B}{2\pi^2\nu^2\rho v} = \dfrac{1{,}25 \cdot 10^{-4}}{7{,}6 \cdot 10^{11}} = 1{,}64 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{m}^2 \end{cases}$$

$$A_{tot}^2 = A_A^2 + A_B^2 + 2A_A A_B \cos\delta = \left(1{,}46 + 1{,}64 + 2\sqrt{1{,}46 \cdot 1{,}64} \cdot 0{,}71\right)10^{-16} =$$

$$= \left(3{,}1 + 2.2\right)10^{-16} = 5{,}3 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{m}^2$$

$$\Rightarrow A_{tot} = 2{,}3 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{m}$$