

Problema 23

Un pallone sonda è posto, praticamente fermo, sulla verticale di un luogo dove si trova un'antenna ricevente di forma circolare piana (avente diametro $\Phi = 100$ cm), inclinata di $\pi/4$ rispetto all'orizzontale.

Un segnale, generato da una sorgente (posta sul pallone sonda) di onde elettromagnetiche sferiche (armoniche di frequenza $\nu = 10^8$ Hz), di potenza $P = 1$ kW, viene captato dall'antenna, con una intensità media di 10^{-7} W/m². Considerando la sorgente puntiforme e isotropa, determinare:

- 1) La lunghezza d'onda e il periodo del segnale trasmesso;
- 2) Le ampiezze del campo elettrico e del campo magnetico dell'onda elettromagnetica ricevuta;
- 3) La quota a cui si trova il pallone sonda;
- 4) La pressione di radiazione sull'antenna ricevente, dovuta al segnale captato.

N.B. : Si consideri l'atmosfera equivalente al vuoto

$$1) \quad \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8}{10^8} = 3 \text{ m}$$

$$T = \frac{1}{\nu} = 10^{-8} \text{ s}$$

$$2) \quad I = \left| \frac{1}{\mu_0} \bar{E} \times \bar{B} \right| \quad (= \rho)$$

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2\mu_0} E_0 B_0 \quad \text{ma} \quad B_0 = \frac{E_0}{c}$$

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2\mu_0} \frac{E_0^2}{c} \quad \Rightarrow \quad E_0 = \sqrt{2\mu_0 c \langle I \rangle}$$

$$E_0 = \sqrt{2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 3 \times 10^8 \times 10^{-7}} \approx 8.7 \times 10^{-3} \text{ V/m}$$

$$B_0 \approx 2.9 \times 10^{-11} \text{ T}$$

$$3) \quad P = 4\pi H^2 \langle I \rangle \quad \Rightarrow \quad H = \sqrt{\frac{P}{4\pi \langle I \rangle}} \approx 28200 \text{ m}$$

$$4) \quad \text{Se l'antenna fosse orizzontale } \rho = \frac{\langle I \rangle}{c}$$

Poiché essa è inclinata di $\theta = \frac{\pi}{4}$ si ha

$$\rho = \frac{\langle I \rangle}{c} \cos \theta \approx 2.36 \times 10^{-16} \text{ Pa}$$

Si ricorda che il vettore di Poynting è definito come $\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H}$

Poiché $\bar{B} = \mu \bar{H} \Rightarrow \bar{S} = \frac{1}{\mu} \bar{E} \times \bar{B}$; nel vuoto $\bar{S} = \frac{1}{\mu_0} \bar{E} \times \bar{B}$

L'intensità della radiazione elettromagnetica è $I = \frac{dU}{ds_1 dt} = \frac{\rho ds_1 dt}{ds_1 dt}$

$$\text{cioè } I = |\bar{S}| = \left| \frac{1}{\mu} \bar{E} \times \bar{B} \right|$$

Se si è nel vuoto, ovviamente $I = \left| \frac{1}{\mu_0} \bar{E} \times \bar{B} \right|$

Per un'onda elettromagnetica piana ed armonica

$$E = E_0 \sin(\omega t - kx)$$

$$B = B_0 \sin(\omega t - kx)$$

Inoltre $E = cB$ (nel vuoto)

$$\text{Pertanto } I = \left| \frac{1}{\mu_0} E_0 \sin(\omega t - kx) B_0 \sin(\omega t - kx) \right| \quad (\text{essendo } \bar{E} \text{ e } \bar{B} \text{ 'perpendicolari'})$$

$$= \left| \frac{1}{\mu_0} \frac{E_0^2}{c} \sin^2(\omega t - kx) \right|$$

$$\text{Si ha poi } \langle I \rangle = \frac{1}{\mu_0} \frac{E_0^2}{c} \langle \sin^2(\omega t - kx) \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} E_0^2$$