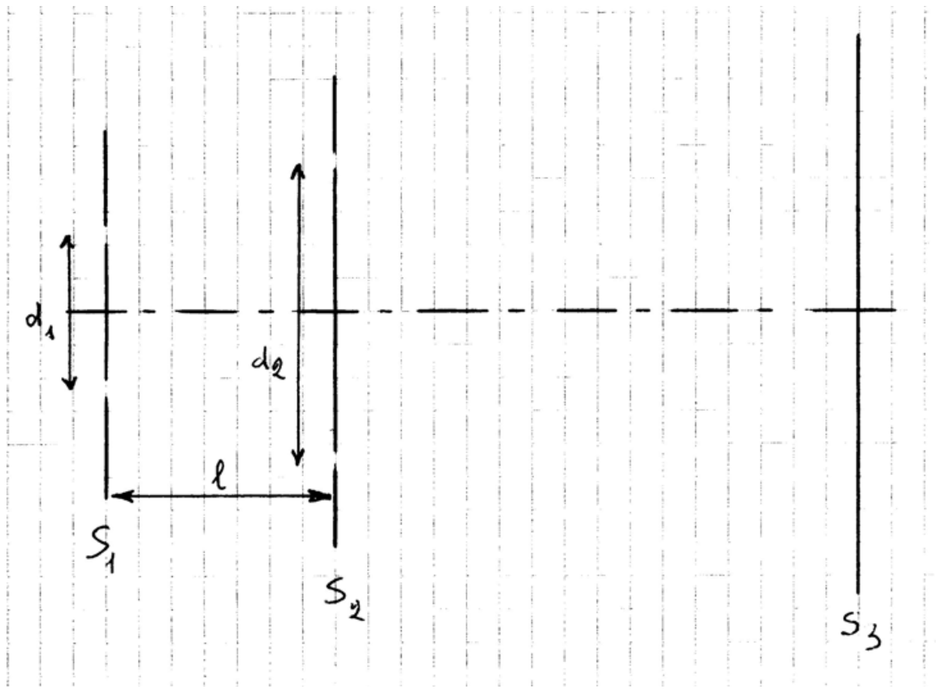
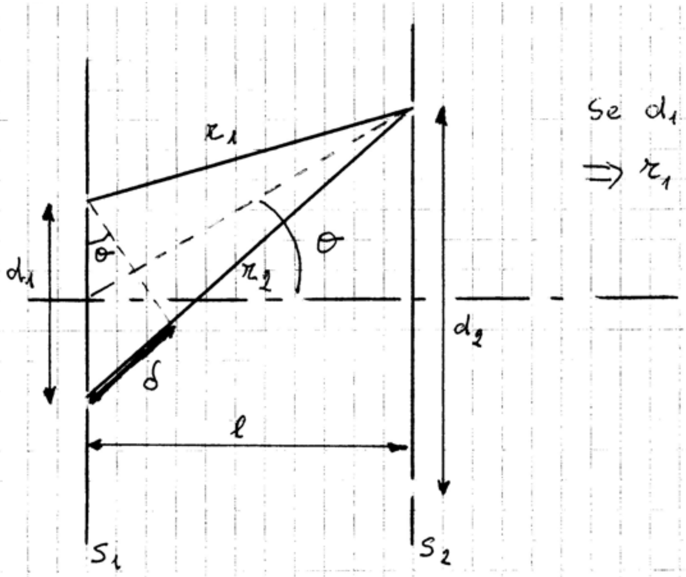
Problema N. 28

Uno schermo piano S_1 reca due fenditure puntiformi, distanti d_1 tra di loro. A distanza ℓ dal primo schermo, se ne trova un secondo (S_2), parallelo al primo, e dotato a sua volta di due fenditure puntiformi, distanti d_2 tra loro. Tutte e quattro le fenditure giacciono nello stesso piano (quello della figura). A grande distanza da S_2 si trova un terzo schermo S_3.
Un'onda luminosa piana e monocromatica di lunghezza d'onda λ illumina S_1, provenendo dalla sinistra della figura.
Sapendo che $d_1 = 0.25$ mm, $d_2 = 0.75$ mm, $\lambda = 546.6$ millimicron, calcolare:

1) la massima distanza ($\ell = \ell_1$) per cui lo schermo S_3 appare buio;
2) la massima distanza ($\ell = \ell_2$) per cui sullo schermo S_3 si osserva un sistema di frange di interferenza con la massima intensità ottenibile;
3) l'indice di rifrazione n del mezzo che, inserito tra S_1 ed S_2, fa sì che ℓ_1 divenga $\ell_1' = 350$ mm.



Traccia della soluzione



Se $d_1 << l$ e $d_2 << l$
$\Rightarrow r_1 \parallel r_2$ (circa)

1) Affinché lo schermo S_3 sia buio, le due fenditure sullo schermo S_2 debbono essere sedi di minimi di interferenza (con ampiezza nulla). In ogni altro caso, sullo schermo S_3 si avrebbero delle frange di interferenza (quindi non buio)

Per avere minimi su S_2 dovrà essere

$$\delta = d_1 \sin\theta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \qquad m = 0, 1, 2, \dots$$

ma $\sin\theta \simeq \operatorname{tg}\theta = \dfrac{\frac{d_2}{2}}{l}$ (supposto $l >> d_1$ e $l >> d_2$)

$d_1 \sin\theta \simeq \dfrac{d_1 d_2}{2l} = (2m+1)\dfrac{\lambda}{2}$ è la condizione per avere minimi su S_2 (in corrispondenza alle due fenditure distanti d_2). Si ottiene

$l = \dfrac{d_1 d_2}{(2m+1)\lambda}$ e, chiaramente $l = l_{max} \equiv l_1 = \dfrac{d_1 d_2}{\lambda}$

Numericamente $l_1 = 343$ mm

2) Per avere, su S_3, un sistema di frange di interferenza con la massima intensità ottenibile le due fenditure su S_2 debbono essere sede di massimi di interferenza, cioè

$$d_1 \sin\theta \simeq \frac{d_1 d_2}{2l} = m\lambda \qquad \text{Si ottiene}$$

$$l = \frac{d_1 d_2}{2m\lambda} \qquad e \qquad l = l_{max} \equiv l_2 = \frac{d_1 d_2}{2\lambda}$$

Numericamente $l_2 = 171,5$ mm

3) Se si pone tra S_1 ed S_2 un mezzo con indice di rifrazione n la lunghezza d'onda delle onde che interferiscono su S_2 sarà $\frac{\lambda}{n}$. Si vuole che in tali condizioni $l_1 \equiv l_1' = 350$ mm. Si può scrivere

$$l_1' = \frac{d_1 d_2}{\frac{\lambda}{n}} = \frac{d_1 d_2}{\lambda} n = 350 \text{ mm}$$

$$l_1 = \frac{d_1 d_2}{\lambda} = 343 \text{ mm}$$

$$\frac{l_1'}{l_1} = \frac{350}{343} \equiv n = 1,02$$