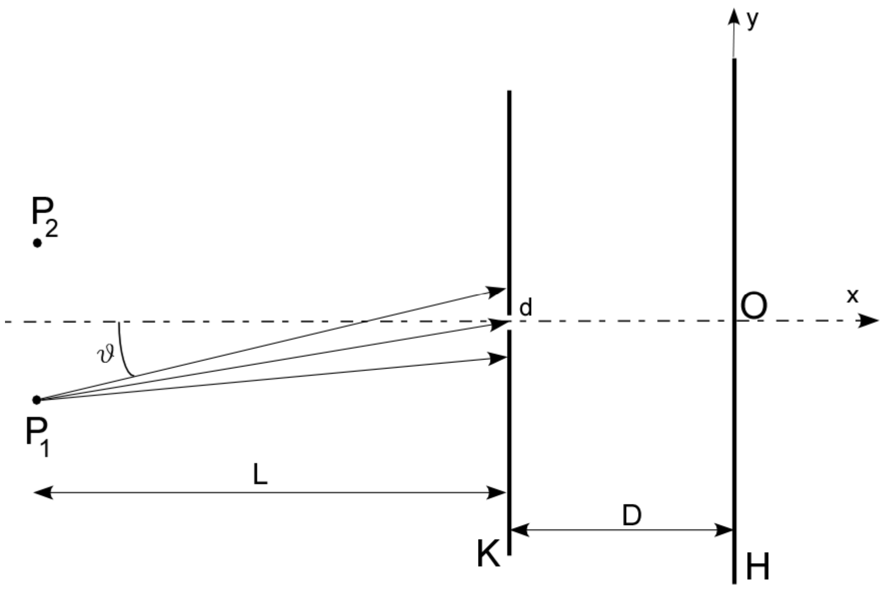
Problema N. 35

Una sorgente ***S₁*** (considerata puntiforme e posta in ***P₁***) emette nel vuoto un fascio di onde elettromagnetiche, monocromatiche e piane, verso uno schermo assorbente ***K*** su cui si trova una fenditura circolare di diametro $d = 0{,}1\ \text{mm}$. La distanza tra la sorgente ***S₁*** e lo schermo ***K*** è $L = 100\ \text{m}$ e la direzione del fascio forma un angolo $\vartheta = 3°$ con la normale allo schermo ***K***. Il fascio, quando colpisce lo schermo ***K***, ha una sezione circolare di area $A = 6\ \text{mm}^2$.

Su un secondo schermo ***H***, parallelo a ***K*** e distante da esso $D = 5\ \text{m}$, si osserva un sistema di frange di diffrazione il cui massimo centrale è largo $\Delta = 5\ \text{mm}$.

Determinare:

1) la posizione y_M del massimo centrale rispetto all'asse x;
2) la frequenza delle onde elettromagnetiche emesse da ***S₁***;
3) la potenza media della sorgente, se il campo elettrico delle onde emesse ha ampiezza $E_0 = 300\ \text{V/m}$;
4) il valore della pressione di radiazione sullo schermo ***K***.



Soluzione

1) Posizione del massimo centrale su H (rispetto ad O)

$$y_M = D\,tg\,\theta = 5\,tg\,3^\circ \simeq 0{,}26\ m$$

2) La posizione del primo minimo è spostata, rispetto al massimo centrale M, di una quantità

$$y_m = \frac{\lambda}{d}D$$

La larghezza del massimo centrale è allora $\Delta \simeq 2y_m = \frac{2\lambda D}{d}$

Si ottiene quindi $\lambda = \frac{d}{D}\frac{\Delta}{2} = \frac{10^{-4}}{5}\,\frac{5\times10^{-3}}{2} = 5\times10^{-8}\ m$

Poiché si è nel vuoto $c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^{8}}{5\times10^{-8}} = 6\times10^{15}\ Hz$

3) La intensità media dell'onda emessa da S_1 è

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2\mu_0}E_0 B_0 \qquad \text{Ma } B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{300}{3\times10^{8}} = 10^{-6}\ T$$

$$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ H/m$$

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2\times(4\pi10^{-7})}\,300\times10^{-6} \simeq 119{,}37\ W/m^2$$

Poiché tale intensità "colpisce" una superficie di area A, si ha che la potenza (media) di S_1 è data da

$$W_{S_1} = \langle I \rangle A = 119{,}37\times6\times10^{-6} \simeq 7{,}16\times10^{-4}\ W$$

4) Si ha $p = \frac{\langle I \rangle}{c}\cos\theta = \frac{119{,}37}{3\times10^{8}}\cos 3^\circ \simeq 3{,}97\times10^{-7}\ Pa$

5) La larghezza del massimo centrale diventa

$$\Delta' = \Delta - 0{,}2\Delta = 0{,}8\Delta = 4\ mm$$

Ma $\lambda' = \frac{\lambda}{n} = \frac{\Delta'}{2}\frac{d}{D} = 0{,}8\,\frac{\Delta}{2}\frac{d}{D} = 0{,}8\lambda \Rightarrow \frac{\lambda}{n} = 0{,}8\lambda$

quindi $n = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$

6) l'angolo minimo θ_{min} tra i raggi emessi dalle due sorgenti perché esse appaiano distinte su H è dato da

$\theta_{min} = 1{,}22\frac{\lambda'}{d}$ Quindi $|y_{P_1}| = |y_{P_2}| = L\,tg\frac{\theta_{min}}{2}$ da cui:

$$(\overline{P_1P_2})_{min} = 2L\,tg\left(\frac{1{,}22}{2}\frac{\lambda'}{d}\right) = 2\times100\times tg\left(\frac{1{,}22}{2}\,\frac{0{,}8\times5\times10^{-8}}{10^{-4}}\right) \simeq 8{,}51\times10^{-4}\ m$$