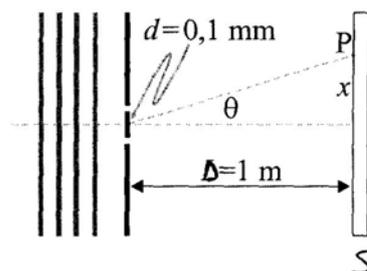


Problema N. 38

Un'onda piana, uniforme, monocromatica, di lunghezza d'onda λ_1 , incide perpendicolarmente su una superficie piana opaca, nella quale sono presenti due fenditure rettangolari, uguali e parallele, distanti fra loro $d = 0,1 \text{ mm}$. Parallelamente a questa superficie, a distanza $D = 1 \text{ m}$, si trova uno schermo, sul quale si misura la distribuzione dell'intensità luminosa (media temporale).



Sostituendo tale onda con una identica, ma di lunghezza d'onda λ_2 , la distribuzione dell'intensità sullo schermo cambia, in modo che:

- il massimo di ordine 2 della prima distribuzione coincide col minimo di ordine 2 della seconda;
- i massimi di ordine 9 della prima e di ordine 8 della seconda distano $\Delta x = 1,625 \text{ cm}$.

Si assuma che: l'esperimento è eseguito nel vuoto, è soddisfatta la condizione $D \gg d$, si trascura completamente ogni fenomeno di diffrazione.

1) Calcolare i valori delle due lunghezze d'onda, λ_1 e λ_2 .

Nel caso della seconda onda (λ_2), nel punto P dello schermo, corrispondente a $\sin \theta = 3 \cdot 10^{-3}$, si misura una intensità (media temporale) $\langle I \rangle = 10^{-4} \text{ W/m}^2$.

2) Calcolare l'ampiezza dell'onda emessa da ciascuna fenditura.

Soluzione

1)

Sullo schermo S si producono frange di interferenza prodotte dall'incontro tra le onde prodotte dalle due sorgenti coerenti originate dalle due fenditure. In un punto generico P le due onde ^{che} interferiscono hanno una differenza di fase dovuta al diverso cammino "ottico" percorso. Tale punto sarà sede di un massimo se $d \sin \theta = m \lambda$ (con $m = 0, 1, 2, 3, \dots$)

max) $x_p = m \frac{D}{d} \lambda$ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ d è la lunghezza d'onda delle due sorgenti coerenti (monocromatiche)
 oppure di un minimo se $d \sin \theta = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$

$$\text{min) } x_p = (2m+1) \frac{D}{2d} \lambda$$

Per valori di x diversi si avranno intensità intermedie.

Se le due sorgenti coerenti hanno $\lambda = \lambda_1$ in $x \equiv x_{p*}$ si ha il max di ordine 2 (cioè $m=2$)

$$x_{p*} = 2 \frac{D}{d} \lambda_1$$

Se invece $\lambda = \lambda_2$ in x_{p*} si ha il minimo di ordine 2, cioè

$$x_{p*} = (2 \cdot 2 + 1) \frac{D}{2d} \lambda_2$$

$$\text{Quindi } \boxed{2 \frac{D}{d} \lambda_1 = \frac{5}{2} \frac{D}{d} \lambda_2} \quad (a)$$

$$\text{Inoltre } x_{\text{max}=9}(\lambda_1) - x_{\text{max}=8}(\lambda_2) = \Delta x$$

$$\text{cioè: } \boxed{9 \frac{D}{d} \lambda_1 - 8 \frac{D}{d} \lambda_2 = \Delta x} \quad (b)$$

$$\begin{cases} (a) \\ (b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \lambda_1 = \frac{5}{2} \lambda_2 \\ 9 \frac{D}{d} \lambda_1 - 8 \frac{D}{d} \lambda_2 = 1,625 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema si trova

$$\lambda_1 = 6,25 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\lambda_2 = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$$

2) Nel punto P per il quale $\sin \theta = 3 \times 10^{-3}$ si ha, se le due sorgenti coerenti hanno $\lambda = \lambda_2$, una intensità media $\langle I \rangle = 10^{-4} \text{ W/m}^2$

Nel caso in esame (onde piane, uniformi, stessa polarizzazione e pulsazione, e coerenti) si ha

$$\langle I \rangle = \frac{A^2}{2Z} = 2 \langle I_1 \rangle (1 + \cos \delta) \quad (\text{questo se } A_1 = A_2)$$

dove $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$ e $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$

Se la propagazione è nel vuoto $Z \equiv Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$

Si ha $\langle I \rangle = 2 \langle I_1 \rangle (1 + \cos \delta) = 2 \frac{A_1^2}{2Z_0} (1 + \cos \delta)$

quindi

$$A_1 = \sqrt{\frac{Z_0 \langle I \rangle}{1 + \cos \delta}}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{1,26 \times 10^{-6}}{8,85 \times 10^{-12}}} \approx 377,32 \Omega$$

$$\cos \delta = \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_2} d \sin \theta \right) = \cos \left(\frac{2\pi}{5 \times 10^{-5}} \times 1 \times 10^{-4} \times 3 \times 10^{-3} \right) = 0,9993$$

Si ottiene quindi

$$A_1 = 0,137$$