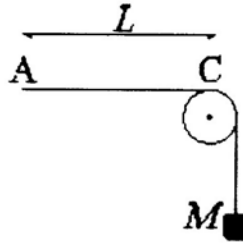


Problema N. 6

Un filo di acciaio, avente densità $\rho = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ e sezione circolare di diametro $d = 1,6 \text{ mm}$, è fissato in un estremo a un vincolo rigido A (vedi figura).



Il filo, dopo essere passato nella gola di una carrucola fissa C (posta alla stessa quota di A e a distanza $L = 1 \text{ m}$ da A), penzola verticalmente; al suo secondo estremo è appesa una massa $M = 80 \text{ kg}$. Ad un certo istante il filo, inizialmente in equilibrio, è perturbato da una forza perpendicolare al filo stesso, che genera su di esso onde stazionarie. Relativamente a tali onde, calcolare:

1. il valore v della velocità di propagazione;
2. le frequenze.

Le onde sul filo generano onde sonore che si propagano nell'aria circostante con velocità $v_s = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Assumendo che l'aria sia un gas biatomico di pressione $p_0 = 1 \text{ atm}$:

3. calcolare la densità dell'aria.

Si osserva che il livello sonoro di tali onde alla distanza $D = 10 \text{ m}$ dal filo risulta $\beta = 50 \text{ dB}$. Considerando le onde a tale distanza come sferiche:

4. calcolare l'energia irradiata mediamente dal filo in un secondo.

- 1) Le onde si propagano su una corda tesa con una velocità data dalla relazione

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$$

τ = tensione della corda
 μ = densità lineare della corda

La tensione τ è data dalla forza peso esercitata dalla massa M , quindi $\tau = Mg = 80 \times 9,8 = 784 \text{ N}$

Trovo ora la densità lineare μ

Il volume "attivo" del filo (o corda) è $V_f = \pi \frac{d^2}{4} L = 2,01 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

La massa "attiva" del filo è $M_f = \rho V_f = 8000 \times 2,01 \times 10^{-6} = 1,6 \times 10^{-2} \text{ Kg}$

Pertanto $\mu = \frac{M_f}{L} = 1,6 \times 10^{-2} \frac{\text{Kg}}{\text{m}}$

Si ottiene

$$v = \sqrt{\frac{784}{1,6 \times 10^{-2}}} \simeq 221,4 \text{ m/s}$$

- 2) La relazione che fornisce le lunghezze d'onda delle onde stazionarie è:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \dots$$

e le frequenze sono pertanto (dalla relazione $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu$)

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n}{2L} v$$

Numericamente, in questo caso

$$\nu_n = n \frac{221,4}{2} = n \times 110,7 \text{ Hz}$$

L'armonica fondamentale si ha per $n=1 \Rightarrow \nu_1 = 110,7 \text{ Hz}$

- 3) La velocità di onde sonore che si propagano in un gas è data da (vedi I.H. pag 16)

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}$$

dove p_0 = pressione aria

ρ_0 = densità aria

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

Se l'aria è considerata un gas (ideale) biatomico e la trasformazione

che essa subisce è adiabatica (e gaussiana) si ha $f = \frac{7}{5} = 1,4$

Pertanto

$$\rho_0 = \frac{f \rho_0}{v^2} = \frac{1,4 \times 1,013 \times 10^5}{(340)^2} = 1,23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

4) L'energia media irradiata in un secondo dalla sorgente (filo) è la potenza media. Se si conosce l'intensità I in un punto P (distante D dalla sorgente), la potenza della sorgente (isotropa)

è:

$$W = 4\pi D^2 I_P$$

Nel nostro caso basta trovare I_P .

Si sa che in P il livello sonoro è $\beta = 50 \text{ dB}$ per cui

$$10 \log_{10} \frac{I_P}{I_0} = 50 \Rightarrow \frac{I_P}{I_0} = 10^5 \quad I_P = 10^5 I_0 \quad \text{dove } I_0 \hat{=} 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$I_P = 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

Si ottiene allora

$$W = 4\pi \times 10^2 \times 10^{-7} = 1,26 \times 10^{-4} \text{ W}$$