

Problema N. 8

Una corda di violino è lunga $L = 31,6$ cm e ha densità lineare $\mu = 0,65$ g/m.

- 1) Calcolare quale tensione deve essere applicata ai suoi estremi, vincolati al manico, perché la frequenza dell'armonica fondamentale risulti $\nu = 440$ Hz.

Il suono prodotto dalla corda si propaga nell'aria (alla pressione $p_0 = 1$ atm) con velocità di modulo $v = 330$ m/s. Assumendo per l'aria $\gamma = 1,4$:

- 2) calcolare la densità ρ_0 dell'aria.

Il suono della nota emessa viene avvertito da un ascoltatore, posto a distanza $D = 10$ m dal violino, con un livello sonoro di 60 dB.

- 3) Calcolare il lavoro fatto dal violinista in un secondo.

In un secondo violino, la corda analoga ha una tensione pari al 99% di quella della prima.

- 4) Calcolare la frequenza dei battimenti.

1)

La velocità di propagazione delle onde su una corda tesa è:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \text{Ma si ha anche } v = \lambda \nu$$

Le lunghezze d'onda delle varie armoniche sono $\lambda_n = \frac{2L}{n}$

con $n = 1, 2, 3, \dots$ e le corrispondenti frequenze sono:

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{v}{2L} \quad \text{Per la armonica fondamentale } n=1 \text{ e}$$

$$\nu \equiv \nu_1 = \frac{v}{2L} \quad \text{Si ottiene pertanto } \nu_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

La tensione che deve essere applicata alla corda è allora

$$T = \mu (2 \nu_1 L)^2 \quad \text{dove, con i valori numerici del testo fornito}$$

$$T = 0,65 \times 10^{-3} (2 \times 440 \times 0,316)^2 = 50,26 \text{ N}$$

- 2.) Per un'onda sonora che si propaga in un gas ideale (trasformazione adiabatica quasi-statica) si ha che la v_s è data da

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma p_{\text{gas}}}{\rho_{\text{gas}}}}$$

$$p_{\text{gas}} = 1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{Pertanto } \rho_{\text{gas}} = \frac{\gamma p_{\text{gas}}}{v_s^2} = \frac{1,4 \times 1,013 \times 10^5}{330^2} \approx 1,3 \text{ Kg/m}^3$$

3) Il livello sonoro β è dato da

$$\beta = 10 \log_{10} \frac{I_P}{I_0} \quad \text{con } I_0 \approx 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Nel caso in questione $\beta = 60 \text{ dB}$

$$60 = 10 \log_{10} \frac{I_P}{I_0} \Rightarrow I_P = 10^6 I_0 = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

La potenza della sorgente è legata all'intensità nel punto P dalla relazione (sorgente isotropa)

$$P_m = 4\pi \overline{OP}^2 I_P \quad \overline{OP} = D = 10 \text{ m}$$

$$P_m = 4\pi 10^2 \times 10^{-6} = 1,26 \times 10^{-3} \text{ W}$$

Questo è il lavoro, per unità di tempo, fatto dal volarista

4) Se due onde ^(armoniche) con frequenze vicine si propagano nella stessa media e nella stessa direzione e verso, si producono dei battimenti la cui frequenza è:

$$\nu_{\text{batt.}} = \nu_1 - \nu_2$$

$$\text{In questo caso } \nu_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \text{e} \quad \nu_2 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{0,99T}{\mu}}$$

Pertanto

$$\begin{aligned} \nu_{\text{batt.}} &= \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} (1 - \sqrt{0,99}) = \\ &= \frac{1}{2 \times 0,316} \sqrt{\frac{50,96}{0,65 \times 10^{-3}}} (1 - \sqrt{0,99}) = \\ &= 440 (1 - \sqrt{0,99}) \approx 2,21 \text{ Hz} \end{aligned}$$