Problema N°. 26

Un condensatore è formato da due lastre quadrate metalliche, parallele, di superficie $S = 1000 \text{ cm}^2$, distanti inizialmente $\ell_0 = 0.2215 \text{ cm}$, caricate mediante una d.d.p. $V_0 = 1000 \text{ Volt}$.

Una volta caricato, il condensatore viene isolato dalla batterai e una delle due lastre viene allontanata, con moto uniforme, mediante una macchina, mantenendosi sempre parallela a sé stessa (la macchina è isolata elettricamente dall'armatura a cui è collegata). Sapendo che la macchina fornisce una potenza $P = 0.02 \text{ W}$ e che il moto dura per un tempo $t_1 = 0.01 \text{ s}$, trovare la d.d.p. tra le armature del condensatore al termine dello spostamento.

Soluzione

La capacità iniziale del condensatore è $C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{\ell_0}$ e quella al termine dello spostamento $C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{\ell_1}$. Inoltre, essendo il condensatore isolato elettricamente si avrà $Q_0 = Q_1$, cioè:

$$C_0 V_0 = C_1 V_1 \Longrightarrow \varepsilon_0 \frac{S}{\ell_0} V_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{\ell_1} V_1 \Longrightarrow \frac{V_0}{\ell_0} = \frac{V_1}{\ell_1} \qquad (1)$$

Scrivendo il bilancio energetico del sistema (l'armatura si muove di moto uniforme pertanto non si ha irraggiamento)

$$U_f = U_i + P t_1 \qquad \text{ma } U = \frac{1}{2} C V^2 \text{ per cui:}$$

$$\frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 + P t_1 \qquad (2) \qquad \text{Metto a sistema (1) e (2)}$$

$$\begin{cases} \frac{V_0}{\ell_0} = \frac{V_1}{\ell_1} \\ \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 + P t_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{V_0}{\ell_0} = \frac{V_1}{\ell_1} \\ \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{S}{\ell_1} V_1^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{S}{\ell_0} V_0^2 + P t_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ell_1 = \frac{V_1}{V_0} \ell_0 \\ \frac{1}{2} \varepsilon_0 S \frac{V_0}{\ell_0} \frac{V_1^2}{V_1} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{S}{\ell_0} V_0^2 + P t_1 \end{cases} \qquad V_1 = V_0 + \frac{2 \ell_0 P t_1}{\varepsilon_0 S V_0} = 2000 \text{ Volt}$$