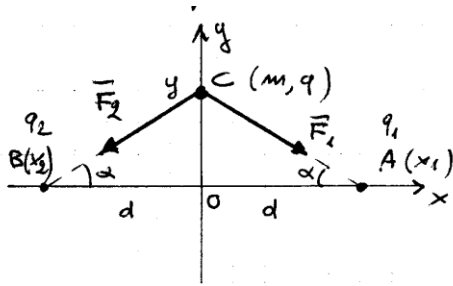


### Problema N°. 3

Due cariche elettriche puntiformi uguali  $q_1 = q_2 = 1 \text{ pC}$  vengono tenute ferme nel vuoto nei punti dell'asse  $x$  di ascisse  $x_1 = d = 1 \text{ cm}$  e  $x_2 = -d$ , rispettivamente.

Una particella di massa  $m = 10 \text{ g}$  e carica  $q = -1 \mu\text{C}$  oscilla lungo l'asse  $y$  sotto l'azione delle forze dovute alle due cariche.  $q_1$  e  $q_2$ . Trovare il periodo delle piccole oscillazioni compiute dalla particella.

### Soluzione



$$\text{Si ha } F_1 = F_2 = \frac{q q_1}{4\pi \epsilon_0 \overline{AC}^2} \quad (\text{moduli})$$

$$\text{dove } \overline{AC}^2 = d^2 + y^2$$

$$\text{Si ha poi } F_{1x} = -F_{2x} \quad \text{e} \\ F_{1y} = F_{2y} = \frac{q q_1}{4\pi \epsilon_0 \overline{AC}^2}$$

La forza  $\vec{F}_q = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  ha quindi la sola componente lungo l'asse  $y$ . (Tale componente, nel punto  $C$  di figura, è diretta verso il basso). Si ha:

$$|F_{1y}| = F_1 \sin \alpha \quad \text{dove } \sin \alpha = \frac{\overline{OC}}{\overline{CA}} = \frac{y}{(d^2 + y^2)^{1/2}} \Rightarrow |F_{1y}| = F_1 \frac{y}{(d^2 + y^2)^{1/2}}$$

Dalla  $\vec{F} = m\vec{a}$  applicata alla particella di massa  $m$ , considerando che la  $\vec{F}$  agente su  $q$  (cioè su  $m$ ) è diretta come  $-y$  (nel punto  $C$ ), si ha, considerando la componente  $F_y$ :

$$F_y = m a_y = m \frac{d^2 y}{dt^2} \equiv m \ddot{y} = -2 |F_{1y}| = -2 \frac{q q_1}{4\pi \epsilon_0 (d^2 + y^2)} \frac{y}{(d^2 + y^2)^{1/2}}$$

$$\text{Cioè: } m \ddot{y} + \frac{q q_1}{2\pi \epsilon_0} \frac{y}{(d^2 + y^2)^{3/2}} = 0 \quad \text{o, dividendo per } m:$$

$$\ddot{y} + \frac{q q_1}{2\pi m \epsilon_0} \frac{y}{(d^2 + y^2)^{3/2}} = 0 \quad (\text{legge del moto di } m)$$

Per piccole oscillazioni si avrà  $y \ll d$  per cui la

legge del moto diviene

$$\ddot{y} + \frac{q q_1}{2\pi m \epsilon_0 d^3} \frac{y}{d^3} = 0$$

Poiché

$$\frac{q q_1}{2\pi m \epsilon_0 d^3} = \text{costante} = K \quad \text{si ha}$$

$$\ddot{y} + K y = 0 \quad \text{e, anche,} \quad \ddot{y} + \omega^2 y = 0$$

$$(\text{con } K = \frac{q q_1}{2\pi m \epsilon_0 d^3} = \omega^2)$$

La legge del moto  $\ddot{y} + \omega^2 y = 0$  è quella di un moto armonico semplice di pulsazione  $\omega$ . Il periodo del moto si ottiene ricordando che

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T \equiv \text{periodo} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Nel caso in esame si ha:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2\pi m \epsilon_0 d^3}{q q_1}} \simeq 4,7 \text{ s}$$

(ovviamente  $m = 10 \text{ g} = 10^{-2} \text{ Kg}$ ,  $d = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$   
 $\epsilon_0 \simeq 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N m}^2}$ ; si ricorda poi che  $\mu\text{C} \equiv 10^{-12} \text{ C}$ )  
 $\mu\text{C} \equiv 10^{-6} \text{ C}$