Esercizio 1

Un sasso viene lasciato cadere da fermo in un pozzo; il rumore dell'impatto con l'acqua giunge all'orecchio del lanciatore dopo un intervallo di tempo t* = 10s. Sapendo che il suono si propaga nell'aria in tutte le direzioni con un moto rettilineo uniforme la cui velocità è pari a V_s (sia posta pari a 340 m/s), calcolare la distanza fra la superficie dell'acqua e il punto da cui il sasso è stato lasciato.

Risoluzione
Si può scomporre la situazione in due fasi: la caduta della pietra, che avviene di moto uniformemente accelerato in un tempo t_p, e la propagazione del suono, che avviene di moto rettilineo uniforme in un tempo t_s. Sappiamo che la somma $t_p+t_s=t^*$.
$h= V_s t_s =1/2\ g\ t_p^2 = 385m$

Esercizio 2

Un ascensore sale con accelerazione $a=1.22 m/s^2$. Nell'istante in cui la sua velocità è $v_0= 2.44 m/s$, un bullone mal fissato cade dal soffitto, posto ad $h=2.74 m$ dal pavimento dell'ascensore. Calcolare (a) il tempo impiegato dal bullone per arrivare al suolo e (b) la distanza percorsa dal bullone rispetto alla tromba dell'ascensore.

Risoluzione
Bisogna considerare la caduta del bullone e la salita dell'ascensore, e imporre che nello stesso istante t* le ordinate del bullone e dell'ascensore siano uguali.
$t^*=0.7$ s
$\Delta y= 0.7$ m

Esercizio 3

Un proiettile di massa M viene sparato da fermo da un cannone con un angolo
$\alpha = 45°$ rispetto ad un piano orizzontale. Determinare:
1) il modulo *v* della velocità con cui si deve sparare il proiettile affinché colpisca un bersaglio che
dista orizzontalmente dal cannone di *D=150 m* e si trova ad una altezza D/6 rispetto al cannone; 2)
l'angolo con cui il proiettile colpisce il bersaglio; 3) il raggio di curvatura nel punto di massimo.

Risoluzione
Bisogna imporre che per un certo istante t il proiettile passi per il punto P(D,D/6), cioè, scomponendo il moto nelle due direzioni x e y, che la sua x sia uguale a D e che la sua y sia uguale a D/6 nello stesso istante. Si avrà v=42 m/s. L'angolo che la traiettoria forma con l'orizzontale è data dalla direzione della velocità rispetto all'orizzontale nell'istante dell'impatto. Quindi $\beta=\mathrm{arctg}\,(v_y/v_{0x})= -33.7°$.
Il raggio di curvatura nel punto di max altezza si calcola considerando che in quel punto la velocità ha solo la componente parallela all'asse x e l'accelerazione è diretta verso il basso, quindi sono perpendicolari. Il raggio di curvatura sarà dato dalla relazione $a_n=v^2/R$: R= 90 m

Esercizio 4

Un bombardiere, in picchiata ad un angolo di 53° con la verticale, lascia cadere una bomba da un'altezza di 730 m. La bomba colpisce il suolo 5 s dopo il lancio. Qual'è la velocità del bombardiere? Qual è lo spostamento orizzontale della bomba durante il volo? Quali sono le componenti orizzontale e verticale della velocità della bomba un istante prima di toccare terra? E qual è il raggio di curvatura della traiettoria della bomba al momento dell'impatto?

Risoluzione
La velocità iniziale della bomba è quella del bombardiere. Quindi, forma un angolo di 53° con la verticale. La componente verticale della velocità del bombardiere (=quella della bomba) si determina considerando che la caduta dall'altezza di 730 m deve durare 5s.
La relazione utile per trovare la componente verticale della velocità è:
$h = v_{0y}t+1/gt^2$
La velocità iniziale si calcola considerando l'angolo che forma con la verticale
Lo spostamento orizzontale è la distanza percorsa a velocità costante dalla bomba in 5s =802 m
Durante la caduta la componente diretta verso il basso della velocità della bomba aumenta, mentre la componente orizzontale rimane costante, quindi dopo 5 s $\mathbf{v}$= (160.4$\mathbf{i}$-171$\mathbf{j}$) m/s.
Il raggio di curvatura è legato alla componente dell'accelerazione perpendicolare alla traiettoria. L'accelerazione è diretta verso il basso, bisogna calcolare la componente parallela alla traiettoria e poi calcolare la componente perpendicolare, che vale 6.7 m/s^2. Il raggio di curvatura sarà 8204 m.

Esercizio 5

Dimostrare che la gittata di un proiettile con velocità iniziale v_0 ed angolo di lancio θ_0 è $R = (v_0^2/g) \text{ sen } (2*\theta_0)$.
Dimostrare inoltre che la massima gittata si ha per un angolo di lancio di 45°.
Dimostrare che la massima altezza raggiunta dal proiettile è $y_{max} = (v_0^2 * \text{sen}^2 (\theta_0))/2g$.
Trovare per quale angolo di lancio la gittata e la massima altezza sono uguali.

Risoluzione

Per calcolare l'angolo della max gittata bisogna calcolare per quale angolo di lancio la derivata della gittata è = 0.
La gittata si calcola considerando che il tratto percorso in orizzontale dal proiettile viene percorso in un tempo pari a 2 volte il tempo di salita. Il tempo di salita è a sua volta collegato alla componente verticale della velocità.

Esercizio 6

Un punto materiale P percorre in senso antiorario con velocità costante un cerchio di diametro 3 m, il cui centro, in un sistema di riferimento cartesiano, si trova nella posizione (0, 1.5 m) e compie un giro in 20 s. Il punto passa da O all'istante t = 0. Partendo dall'origine O, trovare A) modulo e direzione dei vettori posizione 5 s, 7,5 s e 10 s dopo; B) modulo e direzione dello spostamento nell'intervallo dal quinto al decimo secondo; C) il vettore velocità media in questo intervallo; D) il vettore velocità istantanea all'inizio e alla fine di tale intervallo; E) il vettore accelerazione media in questo intervallo e F) il vettore accelerazione istantanea all'inizio e alla fine di tale intervallo.

Risoluzione:

Le equazioni del moto sono:

$x(t)= r \cos(\omega t-\pi/2)$

$y(t)= r \sin(\omega t-\pi/2) + r$

Negli istanti considerati:

$P(5s)= (r,r)$

$P(7.5s)= (r/\sqrt{2},r(\sqrt{2}/2+1))$

$P(10s)= (0,2r)$

Lo spostamento vale $\Delta s= r\sqrt{2}$ e forma un angolo $\alpha=3/4\pi$ con l'asse x.

La velocità media in questo intervallo è data dal rapporto fra lo spostamento e il tempo impiegato.

$<\mathbf{v}>=-r/5+r/5\mathbf{j}$ m/s

La velocità istantanea è invece data dalla derivata del vettore posizione nell'istante considerato.

$\mathbf{v}(5s)=\omega r\mathbf{j}$

$v(10s) =- \omega r\mathbf{i}$

Allo stesso modo le accelerazioni media e istantanea:

$<\mathbf{a}>=-\omega r/5\mathbf{i}-\omega r/5\mathbf{j}$ m/s

$\mathbf{a}(5s)=-\omega^2 r\mathbf{i}$

$a(10s) =- \omega^2 r\mathbf{j}$

Esercizio 7

Un ragazzino fa ruotare un sasso legato ad una cordicella lunga 1.5 m su un cerchio orizzontale a 2 m dal suolo. La cordicella ad un certo istante si rompe ed il sasso fila via andando a cadere a 10 m di distanza orizzontale. Qual era l'accelerazione centripeta del sasso in moto circolare? Quanto valeva il periodo di rotazione del sasso mentre roteava in aria?

Soluzione:
a_c= 163 m/s^2
T= 0.6 s

Esercizio 8

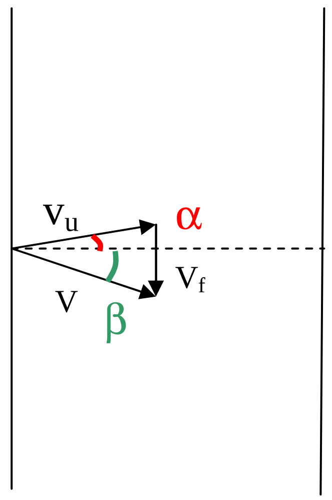
Durante la fase di frenata, con accelerazione costante A, opposta alla velocità, di un vagone che si muove su una traiettoria rettilinea orizzontale, un corpo viene lanciato, internamente al vagone, con velocità v’0 verticalmente verso l’alto, rispetto al vagone in moto. A che distanza $\Delta x'$ dal punto di lancio il corpo ricadrà sul pavimento del vagone?

Soluzione:
$\Delta x' = - 2A\, v'^{2}_{0}/g^2$

Esercizio 9

Un uomo può remare su una barca a 4 Km/h su acqua ferma. Se egli sta attraversando un fiume che ha una corrente di 2 Km/h: A) In quale direzione dovrà dirigere la barca se vuole raggiungere il punto opposto a quello di partenza? B) Se il fiume è largo 4 km quanto tempo impiegherà ad attraversarlo? C) In quale direzione dovrebbe dirigere la barca se volesse attraversare il fiume nel più breve tempo possibile?

Risoluzione:
La componente lungo l'asse x della velocità della barca deve essere zero.
$V = 4*(\sqrt{3})/2$ km/h
$\alpha = \pi/6$
Per minimizzare il tempo di attraversamento bisogna considerare che variando l'angolo varia anche la distanza percorsa dalla barca. Seguire il disegno:



Bisogna minimizzare il tempo rispetto ad α, ed il risultato è che il tempo minimo si ottiene per $\alpha=0$.

Esercizio 10

Una piattaforma circolare di raggio R= 3m ruota in senso antiorario in un piano orizzontale attorno ad un asse verticale passante per il suo centro con velocità angolare $\omega=\pi/6$ rad/s. Un uomo che si trova inizialmente fermo sul bordo della piattaforma in un punto P_0 comincia a camminare verso il centro in direzione radiale con velocità costante di modulo u=1m/s. Esprimere rispetto ad un osservatore a terra l'accelerazione **a** dell'uomo, sia in funzione del tempo che all'istante t=3s.

$\boldsymbol{a}= \omega^2 (R-ut)[\sin(\omega t)\mathbf{i}-\cos(\omega t)\mathbf{j}]+2u\omega[\cos(\omega t)\mathbf{i}+\sin(\omega t)\mathbf{j}]$
per t=3s $\quad \boldsymbol{a}=\pi^2/6\ \mathbf{i} + \pi/3\ \mathbf{j}$