ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI A-K, MECCANICA, ENERGETICA, INFORMATICA A-F e DELL'AUTOMAZIONE, PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO, PER L'INDUSTRIA ALIMENTARE e CHIMICA

(Proff. A. Bertin, D. Galli, N. Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli)

12/1/2005

Un cilindro poroso di raggio r e lunghezza ℓ viene fatto rotolare su di un piano inclinato che forma un angolo ϑ con l'orizzontale. Durante il rotolamento, l'acqua di cui il corpo è imbevuto evapora, in modo tale che la massa totale del cilindro decresce secondo la legge $m(t) = m_0 e^{-kt}$. Supponendo che la densità del cilindro si mantenga istante per istante uniforme, determinare:

a) l'espressione del momento d'inerzia I_a del cilindro rispetto all'asse a che passa per i punti di contatto del cilindro con il piano (si tenga presente che per il teorema di Huygens Steiner si può affermare che $I_a = I_g + MR^2$ dove I_g è il momento d'inerzia rispetto all'asse parallelo ad a e passante per il baricentro ed R è la distanza tra i due assi);

b) la legge del moto, espressa come equazione differenziale nella velocità angolare $\omega(t)$ del cilindro (fare riferimento all'asse istantaneo di rotazione a).

Quesiti

1) Definire i concetti di massa inerziale e massa gravitazionale e discutere la relazione tra essi esistente.
2) Scrivere le equazioni cartesiane del moto di un punto materiale di massa m posto in un campo di forze che ha per potenziale $V(x,y,x) = \frac{1}{2}\alpha(x^2 + y^2 + z^2)$, sapendo che all'istante $t = 0$ il punto si trova nell'origine con velocità $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{i}$.
3) Determinare con quale velocità deve passare dal punto di equilibrio la massa di un pendolo di lunghezza l affinché la reazione vincolare (nel punto di equilibrio) abbia modulo pari al doppio della forza peso.
4) Due masse di valore M sono posizionate nei punti (l,y_1) e (l,y_2). Determinare l'ascissa della posizione di una terza massa di valore $2M$ affinché il baricentro del sistema abbia a sua volta ascissa nulla.

Soluzioni

Problema

a) $I_a(t) = \frac{3}{2} r^2 m(t)$,

b) $m(t) g r \sin\vartheta = \frac{d}{dt}(I_a \omega) = I_a(t)\frac{d\omega}{dt} + \omega(t)\frac{dI_a}{dt} = I_a\left(\frac{d\omega}{dt} - k\omega\right)$

$\frac{dI_a}{dt} = -kI_a$

$\frac{d\omega}{dt} - k\omega = \frac{m(t)}{I_a(t)} g r \sin\vartheta$

$\frac{d\omega}{dt} - k\omega = \frac{2}{3}\frac{g\sin\vartheta}{r}$

Q2

$\ddot{x} = -\frac{\alpha}{m}x,\;\; \ddot{y} = -\frac{\alpha}{m}y,\;\; \ddot{z} = -\frac{\alpha}{m}z$

$y(t) = z(t) \equiv 0\,,\;\; x(t) = v_{0x}\sqrt{m/\alpha}\,\sin(t\sqrt{\alpha/m})$

Q3

$R - mg = m\frac{v^2}{l}, \quad R = m(g + \frac{v^2}{l}),\;\; \frac{v^2}{l} = g,\;\; v = \sqrt{gl}$

Q4

$X_{CM} = 2M\,x_3 + M\,l + M\,l = 0,\;\; x_3 = -l$