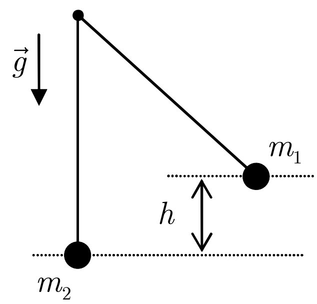
ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

INGEGNERIA GESTIONALE E DEI PROCESSI GESTIONALI A-K,
INFORMATICA E DELL'AUTOMAZIONE, MECCANICA, DELL'AMBIENTE E DEL TERRITORIO E CHIMICA

(Proff. A. Bertin, N. Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli)

12/9/2003



Due sferette puntiformi di masse m_1 e m_2 immerse nel campo di gravità terrestre $\vec{g}$ sono collegate ad uno stesso punto fisso O attraverso due fili flessibili e inestensibili, entrambi di lunghezza L e massa trascurabile (vincoli ideali). Inizialmente la sferetta m_2 è in posizione di equilibrio stabile, mentre un fermo trattiene m_1 con il filo teso ad una quota h rispetto alla posizione di m_2 (vedi figura). In seguito, il fermo viene rilasciato e m_1 va ad urtare elasticamente m_2. Calcolare, assumendo che l'urto avvenga istantaneamente:

a) l'espressione del modulo v_1 della velocità con cui m_1 urta m_2;

b) le espressioni dei moduli v_1' e v_2' delle velocità con cui rimbalzano le due sferette.

* * *

1) Un'astronave si muove in una regione di spazio in cui agisce il campo di forze $\vec{F}(\vec{r}) = -\alpha\,\vec{r}\,/\,|\vec{r}\,|^2$, dove $\vec{r}$ è il vettore posizionale rispetto al centro di forza O e α una costante. L'astronave, assimilabile ad un corpo puntiforme di massa M, si sposta lungo una traiettoria rettilinea dal punto A di coordinate cartesiane (0,1,0) (riferite ad O) al punto B di coordinate (2,0,0). Dimostrare che il campo $\vec{F}$ è conservativo e calcolare il lavoro da esso compiuto sull'astronave.

2) Si discuta sinteticamente e si specifichi la formula fondamentale della cinematica dei corpi rigidi.

3) Si discutano i sistemi di riferimento non inerziali.

Soluzioni

Esercizio

a) $$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = m_1gh \qquad v_1 = \sqrt{2gh}$$

b) $$\begin{cases} m_1v_1 = m_1v_1' + m_2v_2' \\ \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} m_1(v_1 - v_1') = m_2v_2' \\ m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2v_2'^2 \end{cases}$$

Dividendo la seconda equazione per la prima:

$$\begin{cases} v_1 + v_1' = v_2' \\ v_1 - v_1' = \frac{m_2}{m_1}v_2' \end{cases} \qquad \begin{aligned} v_2' &= \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1\sqrt{2gh}}{m_1 + m_2}, \\ v_1' &= \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1 - m_2)\sqrt{2gh}}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

Quesito N1

Dato che $\vec{r} = (x, y, z)$, l'espressione cartesiana del campo di forze è $\vec{F}(\vec{r}) = -\alpha\,(x, y, z)/(x^2 + y^2 + z^2)$ che fornisce, con il metodo del determinante simbolico, $Rot\,\vec{F}(\vec{r}) = \vec{0}$.

Scegliamo il seguente percorso: primo tratto $A \to A'$ giacente su una sfera di raggio r_A con centro in O, secondo tratto $A' \to B$ in direzione radiale. Dato che nel primo tratto lo spostamento elementare è perpendicolare al campo di forze l'integrale sul primo tratto deve annullarsi ed il calcolo è limitato al secondo tratto dove invece campo di forza e spostamento elementare risultano essere collinari:

$$L_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}(r)\cdot d\vec{l} = \int_{A'}^B \vec{F}(r)\cdot d\vec{l} = -\int_{r_A}^{r_B} \left|\vec{F}(r)\right| dr = -\alpha \ln\frac{r_B}{r_A} = -\alpha \ln 2$$