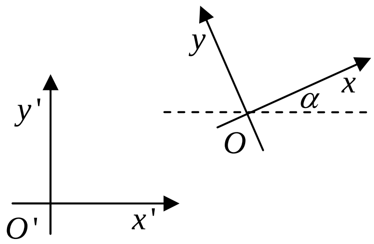
Fisica Generale LA N.1

Prova Scritta del 11 Aprile 2007
Prof. Nicola Semprini Cesari

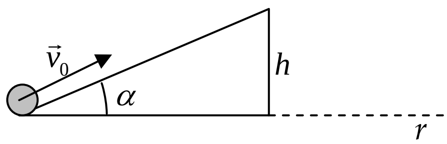
Quesiti

1) Un punto materiale si muove con velocità $\vec{v} = v\vec{i}$ rispetto ad una terna mobile O che si muove, a sua volta, con velocità $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{i}\,' + v_{0y}\vec{j}\,'$ rispetto ad una terna fissa O'. Calcolare la velocità $\vec{v}\,'$ del punto materiale rispetto alla terna fissa O' nella ipotesi che gli assi siano ruotati di un angolo α.



2) Un carrello di massa m scorre senza attrito lungo una guida circolare di raggio r disposta su di un piano verticale. Nella ipotesi che il carrello si muova lungo la guida con velocità costante v calcolare l'espressione della reazione vincolare R fornita dalla guida nei punti disposti ad ore 3,6,9 e 12.

3) Calcolare in quale punto della retta r atterra il punto materiale nella ipotesi che il piano inclinato sia privo di attrito.



4) Un sottile anello di massa M e raggio d rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di un angolo α. Determinare l'accelerazione dell'anello.

5) Sia data la forza $\vec{F}(x,y,z) = \alpha[(2xy+z^2)\vec{i} + (2yz+x^2)\vec{j} + (2xz+y^2)\vec{k}]$. Verificare se è conservativa e calcolarne l'eventuale potenziale.

6) Scrivere e commentare la legge della trasformazione delle velocità. Mostrare in che modo la si deduce.

7) Scrivere e commentare l'espressione generale delle forze inerziali.

8) Spiegare che cosa è un sistema meccanico isolato e commentarne le proprietà.

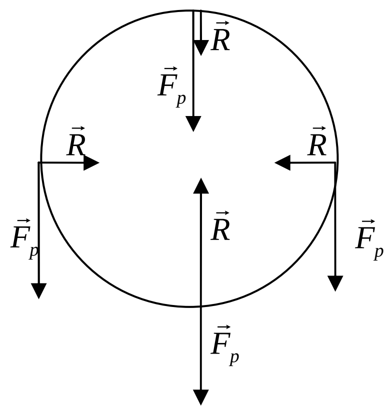
Soluzioni

1)

$$\vec{i} = \cos\alpha\,\vec{i}\,' + \sin\alpha\,\vec{j}\,'$$
$$\vec{v} = v\vec{i} = v\cos\alpha\,\vec{i}\,' + v\sin\alpha\,\vec{j}\,'$$
$$\vec{v}\,' = \vec{v}_0 + \vec{v} = v_{0x}\vec{i}\,' + v_{0y}\vec{j}\,' + v\cos\alpha\,\vec{i}\,' + v\sin\alpha\,\vec{j}\,' =$$
$$= (v_{0x} + v\cos\alpha)\vec{i}\,' + (v_{0y} + v\sin\alpha)\vec{j}\,'$$

2)

$$ore12: \quad mg + R = m\frac{v^2}{R}, \;\; R = m(\frac{v^2}{R} - g)$$
$$ore3: \quad R = m\frac{v^2}{R}$$
$$ore6: \quad -mg + R = m\frac{v^2}{R}, \;\; R = m(\frac{v^2}{R} + g)$$
$$ore9: \quad R = m\frac{v^2}{R}$$



3) Dalla conservazione della energia si ottiene la velocità alla sommità del piano inclinato

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_0'^2 + mgh, \qquad v_0' = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

le equazioni orarie valgono allora (origine della terna sulla retta *r* e sulla verticale passante per la sommità)

$$x = v_0'\cos\alpha\, t$$
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0'\sin\alpha\, t + h$$

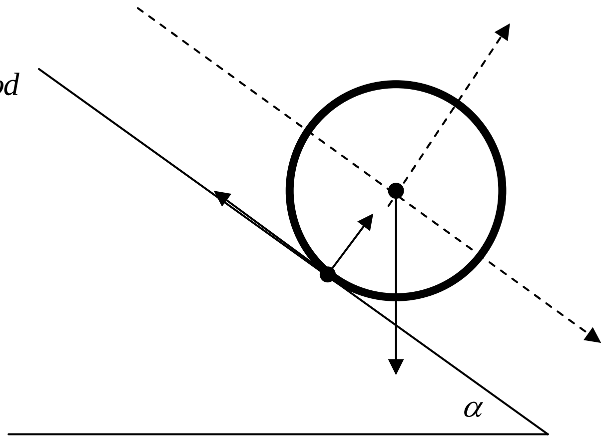
la retta r viene raggiunta al tempo che rende nulla la y

$$t = \frac{v_0'\sin\alpha}{g} + \frac{\sqrt{(v_0'\sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}$$

$$x = v_0'\cos\alpha\left(\frac{v_0'\sin\alpha}{g} + \frac{\sqrt{(v_0'\sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}\right) \quad \text{dove} \qquad v_0' = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

4) Assumendo il riferimento del centro di massa si ha

$$y: \quad R - Mg\cos\alpha = 0$$
$$x: \quad -F_a + Mg\sin\alpha = M\,\ddot{x}_{cm}$$
$$z: \quad -F_a d = Md^2\,\dot{\omega} \qquad con \quad \dot{x}_{cm} = -\omega d$$



da cui sostituendo

$$\ddot{x}_{cm} = \frac{g\sin\alpha}{2}$$

5) $V = -\alpha\left(xz^2 + yx^2 + zy^2\right)$