

# Fisica Generale LA

N.1

Prova Scritta del 11 Settembre 2006

Proff. A. Bertin, N. Semprini Cesari, M.Villa, A. Vitale, e A. Zoccoli

## Quesiti

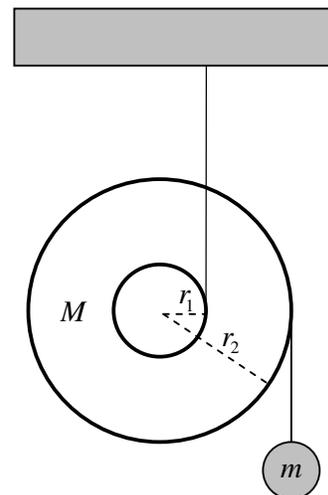
---

- 1) Un orologio, dotato della lancetta dei secondi dei minuti e delle ore, è puntato sul mezzogiorno. Determinare dopo quante ore minuti e secondi le lancette delle ore e dei minuti si sovrapporranno.
- 2) Un asteroide inizialmente fermo a distanza infinita dalla terra precipita nel suo campo di gravità. Determinare la velocità con la quale urta la superficie terrestre.
- 3) Due aste omogenee aventi densità  $\lambda$ , incrociate nel loro punto di mezzo, ruotano attorno ad un asse passante per tale punto e normale al piano che le contiene. Nella ipotesi che la prima asta abbia lunghezza  $L$  determinare la lunghezza della seconda asta affinché il loro momento d'inerzia equivalga al momento d'inerzia di una singola asta di lunghezza  $2L$  (eseguire i calcoli dei momenti d'inerzia).
- 4) Scrivere e commentare la formula di trasformazione delle accelerazioni nel passaggio tra due riferimenti in moto relativo arbitrario. Applicarla ad un caso concreto scelto dallo studente.
- 5) Enunciare e dimostrare il primo teorema del centro di massa.
- 6) Commentare il secondo principio della dinamica.

## Problema

---

Sia dato il sistema meccanico rappresentato nella figura costituito da un disco omogeneo di massa  $M$  dotato di due scanalature, poste a distanza  $r_1$  ed  $r_2$  dall'asse del disco ( $r_1 < r_2$ ), all'interno delle quali può essere avvolto del filo. Nella ipotesi in cui una massa  $m$  sia sospesa attraverso un filo inestensibile di massa trascurabile passante nella scanalatura esterna e l'intero dispositivo sia sospeso a sua volta attraverso un filo inestensibile di massa trascurabile passante nella scanalatura interna determinare la condizione sulle masse  $m$  ed  $M$  affinché a) il disco sia in equilibrio; b) il disco risalga lungo il filo.



## Soluzioni

### Q1

Le velocità angolari delle lancette dei minuti e delle ore valgono rispettivamente

$$\omega_m = \frac{2\pi}{T_m} = \frac{2\pi}{3600} s^{-1} \quad \omega_o = \frac{2\pi}{T_o} = \frac{2\pi}{43200} s^{-1}$$

le rispettive equazioni orarie sono date dalle relazioni

$$\vartheta_m = \omega_m t = \frac{2\pi}{T_m} t \quad \vartheta_o = \omega_o t = \frac{2\pi}{T_o} t$$

affinché le lancette si sovrappongano deve essere soddisfatta la condizione

$$\vartheta_m - \vartheta_o = (\omega_m - \omega_o) t = n 2\pi$$

da cui

$$t = n \frac{2\pi}{\omega_m - \omega_o} = n \frac{T_m T_o}{T_o - T_m} = n \frac{3600 \cdot 43200}{43200 - 3600} = n \cdot 3927$$

quindi le lancette delle ore e dei minuti si sovrappongono per la prima volta dopo  $3927 \text{ s} = 1 \text{ h } 5 \text{ m } 27 \text{ s}$ .

### Q2

$$E_i = E_f$$

$$\frac{1}{2} m v_i^2 - G \frac{Mm}{r_i} = \frac{1}{2} m v_f^2 - G \frac{Mm}{r_f}$$

$$0 = \frac{1}{2} m v_f^2 - G \frac{Mm}{r_f}$$

$$\text{da cui} \quad v_f = \sqrt{\frac{2GM}{r_f}}$$

### Q3

Il momento d'inerzia di una singola asta di lunghezza  $L$  vale

$$I_L = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \lambda dx = \frac{\lambda}{12} L^3$$

quindi il momento d'inerzia di due aste incrociate vale

$$I_{aste} = \frac{\lambda}{12} (L^3 + l^3)$$

d'altra parte il momento d'inerzia di un'asta di lunghezza  $2L$  vale

$$I_{2L} = \frac{2}{3} \lambda L^3$$

eguagliando otteniamo  $\frac{\lambda}{12} (L^3 + l^3) = \frac{2}{3} \lambda L^3$  da cui  $l = \sqrt[3]{7} L$ .

## Problema

A)

Il problema può essere risolto impostando le equazioni cardinali della meccanica tuttavia si può giungere immediatamente alla soluzione osservando che l'intero dispositivo è sospeso nel punto di contatto del filo con la scanalatura interna che assumiamo come polo di riduzione e che affinché il disco salga è necessario che la massa  $m$  scenda e questo è possibile solo se il momento della forza che essa applica al disco supera quello applicato dal peso del disco stesso

$$mg(r_2 - r_1) > Mg r_1 \quad m > M \frac{r_1}{(r_2 - r_1)}$$

B)

Dato che la ruota deve salire si deve avere un momento angolare negativo (se il verso dell'asse di rotazione è quello uscente dal piano del foglio) e quindi un momento delle forze negativo. D'altra parte assumendo come polo di riduzione il punto di contatto del filo con la gola di raggio inferiore si ha

$$-mg(r_2 - r_1) + Mgr_1 < 0$$

da cui la relazione della soluzione A).