Fisica Generale LA

Prova Scritta del 12 Gennaio 2009
Prof. Nicola Semprini Cesari

Compito N. 1

Quesiti

1) Calcolare le componenti cartesiane di uno dei due versori normali al piano individuato dai vettori $(2,0,0)$ e $(2,3,2)$.

2) Due masse puntiformi uguali di valore $m=1Kg$ sono poste all'estremità di una asticella di massa trascurabile rotante attorno ad un asse ad essa perpendicolare e passante per un punto distante $r_1=3m$ e $r_2=4m$ dai suoi estremi. Calcolare il modulo del momento angolare totale del sistema nella ipotesi che l'asta compia un giro completo in un tempo $t=25s$.

3) Stabilire se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z)=-\alpha(2x-\beta y)\vec{i}-\alpha(2y-\beta x)\vec{j}+\alpha\beta z\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti α e β.

4) Spiegare e commentare in dettaglio la definizione di lavoro meccanico di una forza.

Problema

Sia data una asta omogenea di massa *M* e lunghezza *L*, vincolata ad un estremo in un punto A e tenuta orizzontalmente da una fune collegata all'altro estremo B perpendicolarmente all'asta stessa. Si supponga che a una distanza $\frac{L}{3}$ dall'estremo A sia applicata una forza $\vec{F}$ perpendicolare all'asta e diretta verso il basso. Calcolare le espressioni delle seguenti quantità:

a) la reazione vincolare nel punto A;

b) la tensione della fune.

Se a un certo istante la fune si spezza calcolare:

c) l'espressione dell'accelerazione angolare a cui è soggetta l'asta.

Soluzioni compito 1

Quesito 1

$$\vec{v} = (2,0,0) \wedge (2,3,2) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \vec{i}(0) + \vec{j}(-4) + \vec{k}(6) = (0,-4,6)$$

$$\hat{v} = \frac{1}{\sqrt{16+36}}(0,-4,6) = \frac{1}{2\sqrt{13}}(0,-4,6) = \frac{1}{\sqrt{13}}(0,-2,3)$$

Quesito 2

$$\left|\vec{L}\right| = mv_1r_1 + mv_2r_2 = m\omega(r_1^2 + r_2^2) = 1\frac{2\pi}{25}(9+16) = 2\pi\ Kg\ m^2/s$$

Quesito 3

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = +\alpha\beta = \frac{\partial F_y}{\partial x};$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x} = 0; \qquad \text{il campo è conservativo.}$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y} = 0;$$

$$V = -U = -\int \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\left(\int_{(0,0,0)}^{(x,0,0)} F_x dx + \int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)} F_y dy + \int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)} F_z dz \right) = -\alpha\left(x^2 + y^2 - \beta xy - \beta\frac{z^2}{2} \right)$$

$$[\alpha] = \left[MT^{-2}\right] \Rightarrow \frac{N}{m}$$

$[\beta] = [1] \Rightarrow$ costante adimensionale

Problema

a) condizioni di equilibrio statico:

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_i = 0 \\ \sum \vec{M}_i = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{R}_A + \vec{F} + \vec{P} + \vec{T} = 0 \\ 0 \times \vec{R}_A + \frac{1}{3}\vec{L} \times \vec{F} + \frac{1}{2}\vec{L} \times \vec{P} + \vec{L} \times \vec{T} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A - F - Mg + T = 0 \\ -\frac{1}{3}LF - \frac{1}{2}LMg + LT = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} T = F + Mg - R_A \\ -\frac{1}{3}F - \frac{1}{2}Mg + F + Mg - R_A = \frac{2}{3}F + \frac{1}{2}Mg - R_A = 0 \end{cases}$$

$$R_A = \frac{2}{3}F + \frac{1}{2}Mg$$

$$T = \frac{1}{3}F + \frac{1}{2}Mg$$

c) $\vec{M}_{(A)} = I_A \vec{\alpha};\qquad I = \frac{1}{12}ML^2$

$$\dot{\vec{\omega}} = \frac{\vec{M}_{(A)}}{I}$$

$$\dot{\omega} = \left(\frac{L}{3}F + \frac{L}{2}Mg\right)\frac{12}{ML^2} = \frac{4F}{ML} + \frac{6g}{L}$$