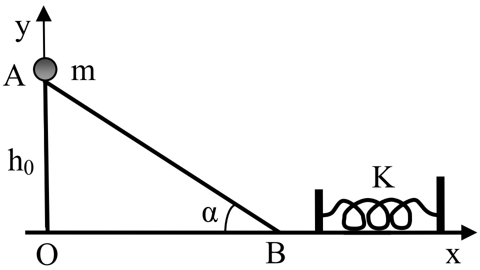
ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI A-K, MECCANICA, ENERGETICA, INFORMATICA A-F e DELL'AUTOMAZIONE, PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO, PER L'INDUSTRIA ALIMENTARE e CHIMICA

(Proff. A. Bertin, D. Galli, N. Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli)

12/4/2005

(1)



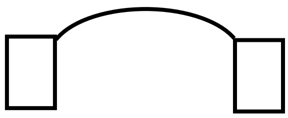
Un punto materiale di massa *m* scivola lungo un piano liscio inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale. Il punto materiale parte da fermo da un'altezza h_0. Oltre alla forza peso, lungo il piano inclinato agisce una forza $\vec{F} = \beta\vec{i}$ costante e diretta orizzontalmente. Giunto in fondo al piano inclinato nel punto B, il punto materiale (non più soggetto alla forza $\vec{F}$) continua a scivolare lungo un tratto di piano orizzontale e va a comprimere una molla di massa trascurabile e costante elastica *k*. Si assuma liscio e smussato il raccordo tra piano inclinato e piano orizzontale.

a) Verificare se la forza $\vec{F}$ è conservativa e calcolare eventualmente l'espressione dell'energia potenziale ad essa associata.
b) Determinare l'espressione della velocità con cui il punto materiale raggiunge la molla.
c) Determinare l'espressione della massima compressione subita dalla molla.

Quesiti

1) Un punto materiale di massa $m = 1\,\text{Kg}$ si muove nello spazio sotto l'azione del campo di forze conservativo $\vec{F}(x,y,z) = \alpha\left(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}\right)$ $[\alpha = 0.3\,\text{N}]$. Esso parte dalla posizione di coordinate $P_1 = (1,2,0)\,\text{m}$ da fermo ed arriva nella posizione di coordinate $P_2 = (2,3,1)\,\text{m}$. Determinare il lavoro compiuto dalla forza $\vec{F}$ e la velocità del punto materiale nel punto P_2 .

2) Uno sciatore avente una massa inerziale $m = 80\,Kg$ si trova fermo nel punto di mezzo di un ponte avente raggio di curvatura $\rho = 30\,m$. Determinare la reazione vincolare che deve fornire il ponte. Determinare la reazione vincolare che deve fornire il ponte quando lo sciatore transita per il suo punto di mezzo con una velocità di modulo $v = 54\,Km\,/\,h$.



3) Un anello filiforme di raggio $R = 30\,cm$, avente una densità lineare di massa $\lambda = 0.1\,Kg\,/\,m$, ruota attorno ad un asse normale al piano che lo contiene e passante per il suo centro. Determinare il momento d'inerzia dell'anello.

4) Un proiettile viene sparato con una velocità di modulo pari a *300 m/s* lungo una direzione inclinata di 30° rispetto al suolo. Calcolare il tempo necessario affinchè il proiettile raggiunga la massima quota. Calcolare tale quota.

Soluzione LA1

Problema

a) $\text{rot}\,\vec{F} = \vec{0}\,;$

$dV = -\vec{F}\cdot d\vec{s} = -(\beta,0,0)\cdot(dx,dy,dz) = -\beta\,dx$

$V = -\int \beta\,dx = -\beta x + C$ scegliendo di annullare il potenziale quando x=0 si ha C=0 e quindi $V = -\beta x$

b) Le forze $\vec{P}$ e $\vec{F}$ sono conservative ed hanno potenziale mgh e -βx rispettivamente per cui l'energia meccanica vale

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh - \beta x = \frac{1}{2}mv^2 + mg(h_0 - x\,tg\alpha) - \beta x$$

Ora si ha $E_A = mgh_0$ $\qquad E_B = \frac{1}{2}mv^2 - \beta\,h_0\,cotg\alpha$

da cui $\frac{1}{2}mv^2 - \beta\,h_0\,cotg\alpha = mgh_0$ e quindi $v = \sqrt{\frac{2\beta\,h_0}{m}cotg\alpha + 2gh_0}$

c) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$ da cui $\qquad v = \sqrt{\frac{2\beta\,h_0}{k}cotg\alpha + \frac{2mgh_0}{k}}$

Q1 $U(x,y,z) = \alpha(x+y+z)$

$$L_{P_1P_2} = U(1,2,0) - U(2,3,1) = \alpha(2+3+1-1-2) = 0.9\,J$$

$$L_{P_1P_2} = T(2,3,1) - T(1,2,0) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2\,L_{P_1P_2}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0,9}{1}} = 1.34\,m/s$$

Q2 $R - mg = 0 \qquad R = mg = 80\cdot 9,8 = 784\,N$

$$R - mg = m(-\frac{v^2}{\rho}) \qquad R = m(g - \frac{v^2}{\rho}) = 80\,(9.8 - \frac{15^2}{30}) = 184\,N$$

Q3

$$I = \int r^2\,dm = \int R^2\,dm = R^2\int dm =$$

$$= R^2 M = \lambda 2\pi R\; R^2 = 2\pi\lambda R^3 = 2\pi\cdot 0.1\cdot(0.3)^3 = 0.017\,Kg\,m^2$$

Q4 $v_y = -gt + v_{0y} = 0 \qquad t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0\,sin\alpha}{g} = \frac{300\cdot 0.5}{9.8} = 15.3\,s$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t =$$

$$= -\frac{1}{2}g\frac{v_{0y}^2}{g^2} + v_{0y}\frac{v_{0y}}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_{0y}^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2\,sin^2\alpha}{g} = \frac{900\cdot 0.25}{2\cdot 9.8} = 11.5\,m$$