

# ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI A-K, MECCANICA, PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO, PER  
L'INDUSTRIA ALIMENTARE, CHIMICA e CIVILE

(Proff. A. Bertin, N. Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli)

12/9/2005

(1)

## Problema

Una fune inestensibile e priva di massa viene avvolta attorno al bordo di un disco di massa  $M$  e raggio  $R/2$ . L'altro estremo della fune viene fissato al soffitto. Il disco, inizialmente fermo, viene lasciato cadere facendo srotolare la fune (sempre tesa). Supponendo che non agiscano forze dissipative determinare le espressioni delle seguenti quantità (si calcoli l'espressione del momento d'inerzia)

- la velocità del centro di massa del disco dopo una caduta di lunghezza  $L$ .
- l'accelerazione angolare istantanea del disco;
- la legge oraria dell'angolo che definisce l'orientazione del disco.

## Quesiti

- Fare un esempio di forza conservativa, scriverne l'espressione vettoriale e, scelto un sistema di coordinate opportuno, ricavare l'espressione dell'energia potenziale in un punto generico dello spazio.
- Di quale percentuale varia l'accelerazione di gravità quando ci si sposta dal livello della superficie terrestre ad un'altitudine pari a un centesimo del raggio terrestre?
- Quanto vale il rapporto tra le energie potenziali gravitazionali di due satelliti artificiali che ruotano su orbite circolari rispettivamente a distanza  $h_1 = 0.1R$  ( $R =$  raggio terrestre) e a distanza  $h_2 = 1.2R$  dalla superficie terrestre?
- Un punto materiale cui sono applicate tre forze si trova all'equilibrio. Nella ipotesi in cui le componenti, espresse in newton, di due forze siano  $\vec{f}_1 = (2, 3, 0)$  e  $\vec{f}_2 = (-1, -4, 0)$ , determinare il modulo della terza forza.
- Spiegare i concetti di massa inerziale e gravitazionale.

## Soluzione LA1

a)

$$MgL = \frac{1}{2} Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} M \left( \frac{R}{2} \right)^2 \right) \frac{v_{CM}^2}{(R/2)^2} = \frac{3}{4} Mv_{CM}^2$$

$$v_{CM} = \sqrt{\frac{4}{3} gL}$$

b)

$$Mg \frac{R}{2} = I_{bordo} \ddot{\varphi}_{CM} = \frac{3}{2} M \left( \frac{R}{2} \right)^2 \ddot{\varphi}_{CM}$$

$$\ddot{\varphi}_{CM} = \frac{4}{3} \frac{g}{R}$$

c)

$$\ddot{\varphi}_{CM} = \frac{4}{3} \frac{g}{R} \quad \int_{\dot{\varphi}(0)}^{\dot{\varphi}(t)} d\dot{\varphi} = \frac{4}{3} \frac{g}{R} \int_0^t dt \quad \dot{\varphi}(t) = \dot{\varphi}(0) + \frac{4}{3} \frac{g}{R} t$$

$$\int_{\varphi(0)}^{\varphi(t)} d\varphi = \dot{\varphi}(0) \int_0^t dt + \frac{4}{3} \frac{g}{R} \int_0^t t dt \quad \varphi(t) = \varphi(0) + \dot{\varphi}(0) t + \frac{2}{3} \frac{g}{R} t^2$$

2)

$$g' / g = (r / r')^2 = (R / 1.01R)^2 = 0.98 \rightarrow -2\%$$

3)

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$$

4)

$$\vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 = \vec{0}$$

$$(2, 3, 0) + (-1, -4, 0) + (f_x, f_y, f_z) = (0, 0, 0)$$

$$(f_x, f_y, f_z) = -(2, 3, 0) - (-1, -4, 0) = (-1, 1, 0)$$

$$|\vec{f}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$