Fisica Generale LA N.1

Prova Scritta del 14 Giugno 2010
Prof. Nicola Semprini Cesari

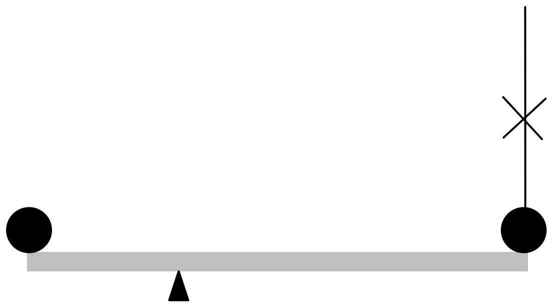
Quesiti

1) Un punto materiale di massa *m*, scagliato obliquamente, si muove secondo le equazioni orarie $x(t)=v_{0x}t$; $y(t)=v_{0y}t-1/2gt^2$. Determinare in quale istante di tempo *t* la velocità e l'accelerazione sono perpendicolari tra loro. Determinare in tale istante di tempo la curvatura della traiettoria.

2) Sia dato un campo di forza la cui energia potenziale è descritta dalla relazione $U(x,y,z)=K_1r^3-K_2y^2$ dove K_1 e K_2 sono costanti positive e r è il vettore posizionale del generico punto $P(x,y,z)$. Determinare: a) l'espressione vettoriale del campo di forza; b) il raggio di curvatura della traiettoria di un punto materiale di massa *M* quando questo si trova nel punto $P\ (0,1,0)$ con velocità $\boldsymbol{v}\ (0,1,0) = 2\ v_0\ \boldsymbol{i}$.

3) Calcolare il momento d'inerzia di una asticella omogenea di lunghezza *L* e massa M in rotazione attorno ad un asse ad essa perpendicolare passante ad un terzo della sua lunghezza.

4) Determinare l'accelerazione angolare dell'asticella nel momento in cui viene tagliato il filo che la mantiene in equilibrio (*L*, lunghezza asticella; asticella di massa trascurabile; *m*, masse poste agli estremi; fulcro posizionato ad 1/3 della lunghezza).



5) Commentare il concetto di massa inerziale.

6) Mostrare i passaggi che conducono alla formulazione della prima equazione cardinale della meccanica.

Quesiti

1)

$$\vec{r} = (v_{0x}t)\,\vec{i} + (v_{0y}t - 1/2gt^2)\,\vec{j} \qquad \vec{v} = (v_{0x})\,\vec{i} + (v_{0y} - gt)\,\vec{j} \qquad \vec{a} = -g\,\vec{j}$$

$$v_{0y} - gt = 0 \qquad t = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$\vec{a} = \ddot{s}\vec{t} + \frac{\dot{s}^2}{r}\vec{n} = \frac{\dot{s}^2}{r}\vec{n} = -\frac{\dot{s}^2}{r}\,\vec{j} = -\frac{v_{0x}^2}{r}\,\vec{j} = -g\,\vec{j} \qquad r = \frac{v_{0x}^2}{g}$$

2)

$$\vec{F} = \vec{\nabla} U$$

$$F_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{3}{2}K_1\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{1/2} \bullet 2x$$

$$F_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{3}{2}K_1\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{1/2} \bullet 2y - 2K_2 y$$

$$F_z = \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{3}{2}K_1\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{1/2} \bullet 2z$$

$$\vec{F} = 3K_1\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{1/2}\left(x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}\right) - 2K_2 y\vec{\jmath}$$

$$\vec{F}(0,1,0) = \left(3K_1 - 2K_2\right)\vec{j} \perp \vec{v}(0,1,0) = 2v_0\vec{\imath} \Rightarrow F_{(0,1,0)} = M\frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{Mv^2}{F_{(0,1,0)}}$$

$$\rho = \frac{4v_0^2 M}{\left(3K_1 - 2K_2\right)}$$

3)

$$I = \int_{-1/3L}^{2/3L} x^2 \lambda\, dx = \lambda \frac{1}{3} x^3 \Big|_{-1/3L}^{2/3L} = \frac{\lambda}{9} L^3 = \frac{1}{9} ML^2$$

4)

$$\vec{M}^e = (-mg\,\vec{k}) \wedge (-\frac{1}{3}L\,\vec{j}) + (-mg\,\vec{k}) \wedge (\frac{2}{3}L\,\vec{j}) = \frac{1}{3}mgL\,\vec{i}$$

$$\hat{\omega} \cdot \vec{M}^e = \vec{i} \cdot \frac{1}{3}mgL\,\vec{i} = \frac{1}{3}mgL$$

$$I = m(\frac{1}{3}L^2) + m(\frac{2}{3}L^2) = \frac{5}{9}mL^2$$

$$\ddot{\phi} = \frac{\hat{\omega} \cdot \vec{M}^e}{I} = \frac{3}{5}\frac{g}{L}$$