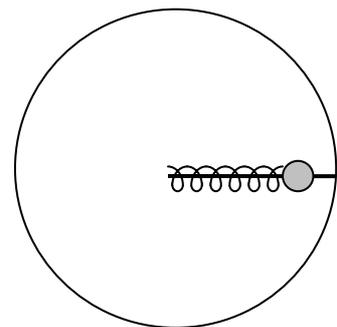


Quesiti

- 1) Una imbarcazione naviga verso Nord con una velocità costante di 5 m/s mentre spira un vento proveniente da Ovest con una velocità di 12 m/s . Calcolare la velocità e la direzione del vento per l'osservatore a bordo della imbarcazione (misurare gli angoli rispetto alla direzione del Nord).
- 2) Un punto materiale percorre una traiettoria circolare di raggio R con un moto uniformemente accelerato $s = s_0 + 1/2 \alpha t^2$. Calcolare il raggio R della circonferenza sapendo che dopo un secondo l'accelerazione complessiva ha modulo pari a $\sqrt{2} \alpha \text{ m/s}^2$.
- 3) Calcolare la quota, rispetto a terra, di un satellite geostazionario nella ipotesi che questo compia una traiettoria perfettamente circolare attorno alla terra ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$, $T = 86400 \text{ s}$).
- 4) Enunciare il principio di azione e reazione, fornire un esempio concreto del suo significato ed infine fornirne l'enunciazione matematica.
- 5) Un disco rotola senza strisciare su di un piano orizzontale con velocità v_{CM} ($I_{\omega} = MR^2/2$). Con quale velocità si dovrebbe muovere un punto materiale di eguale massa per avere la stessa energia cinetica?

Problema

Una piattaforma circolare ruota con velocità angolare costante ω attorno ad un asse normale passante per il suo centro. Solidale con la piattaforma, in direzione radiale, è fissata una guida priva di attrito sulla quale scorre una massa puntiforme m a sua volta attaccata all'estremo libero di una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo L . Determinare la posizione di equilibrio della massa.



Soluzioni Quesiti

$$\vec{v}' = \vec{v}_0 + \vec{v} + \vec{\omega} \wedge \vec{r} \quad \vec{\omega} = \vec{0} \quad \vec{v}_0 = 5 \text{ m/s } \vec{j}' \quad \vec{v}' = 12 \text{ m/s } \vec{i}'$$

$$1) \quad \vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}_0 = v' \vec{i}' - v_0 \vec{j}'$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v'^2 + v_0^2} = 13 \text{ m/s} \quad \vartheta = \arctan\left(\frac{|\vec{v}'|}{|\vec{v}_0|}\right) = 67.4^\circ$$

$$2) \quad \vec{a} = \alpha \vec{t} + \frac{\alpha^2 t^2}{R} \vec{n} \quad R = \frac{\alpha^2}{\sqrt{a^2 - \alpha^2}} = \frac{\alpha^2}{\sqrt{2\alpha^2 - \alpha^2}} = \alpha$$

$$3) \quad G \frac{Mm}{(R_T + h)^2} = m\omega^2 (R_T + h) \quad h = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} - R_T = \sqrt[3]{\frac{g R_T^2}{\omega^2}} - R_T = 35.900 \text{ km}$$

$$5) \quad E = \frac{1}{2} I_\omega \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 = \frac{1}{2} \frac{MR^2}{2} \frac{v_{CM}^2}{R^2} + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 = \frac{3}{4} M v_{CM}^2$$

$$\frac{1}{2} M v^2 = \frac{3}{4} M v_{CM}^2 \quad v = \sqrt{\frac{3}{2}} v_{CM}$$

Soluzione problema

L'unica forza inerziale agente nella direzione della guida è la seguente (scritta rispetto ad una terna cilindrica solidale con la piattaforma ed avente l'origine nel centro della stessa)

$$\vec{F}_{inerziali} = -m \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = m\omega^2 r \vec{i}_r$$

la forza fornita dalla molla (lungo la guida) vale

$$\vec{F}_{molla} = -k(r - L) \vec{i}_r$$

$$\text{si ha equilibrio quando} \quad m\omega^2 r \vec{i}_r - k(r - L) \vec{i}_r = \vec{0} \quad r = L / 1 - \frac{m\omega^2}{k}$$

(si noti che esiste una relazione di consistenza della formula $\frac{m\omega^2}{k} < 1$ la quale indica che se

la rotazione è troppo rapida o la massa troppo grande non esiste alcuna posizione di equilibrio poiché la forza centrifuga risulta sempre più grande della forza fornita dalla molla).