

ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

INGEGNERIA CIVILE

(Prof. N. Semprini Cesari)

24/3/2005

(1)

Un'asta omogenea di sezione costante, lunghezza ℓ e massa M , può ruotare su di un piano verticale attorno ad un perno coincidente con un suo estremo. L'asta, sorretta all'estremo libero, è inizialmente in quiete in posizione orizzontale. Calcolare le espressioni delle seguenti quantità:

- a) il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse passante per il perno ed ortogonale al piano;
- b) il momento delle forze esterne agenti sull'asta nell'istante in cui l'estremo libero viene abbandonato;
- c) l'accelerazione angolare dell'asta nello stesso istante.

Quesiti

- 1) La legge oraria del moto di un punto materiale è data dalle espressioni seguenti $x = R \cos \alpha t, y = R \sin \alpha t, z = 0$. Determinare le componenti del vettore velocità ed il suo modulo.
- 2) Un punto materiale di massa m si trova nel punto più alto di una guida circolare, priva di attrito, disposta verticalmente. Ad un certo istante una piccola perturbazione sposta il punto materiale che comincia quindi a scorrere lungo la guida stessa. Determinare l'accelerazione del punto materiale quando raggiunge il punto più basso nella ipotesi che il raggio della guida sia R_0 .
- 3) Un osservatore si trova, fermo, sul bordo di una piattaforma di raggio R_0 che ruota con velocità angolare $\bar{\omega}$ costante, diretta perpendicolarmente alla piattaforma stessa verso l'alto. Scrivere l'espressione delle forze inerziali percepite dall'osservatore.
- 4) Quattro masse di valore $m, 2m, 3m, 4m$ sono posizionate nei vertici di un quadrato di lato L (situare la prima massa in basso a sinistra, la seconda in basso a destra, la terza in alto a destra). Determinare la posizione del centro di massa.

Soluzione problema.

$$\text{a) } I = \int r^2 dm = \int_0^\ell x^2 \lambda dx = \frac{1}{3} \lambda \ell^3 = \frac{1}{3} M \ell^2$$

b) assumendo il polo di riduzione coincidente con l'estremo vincolato dell'asta ed immaginando quest'ultima disposta lungo l'asse y di una terna d'assi cartesiane con l'estremo vincolato nell'origine si ottiene

$$\vec{M}^e = \vec{r}_\Omega \wedge M\vec{g} = (0, \frac{\ell}{2}, 0) \wedge (0, 0, -Mg) = (-Mg \frac{\ell}{2}, 0, 0).$$

c)

$$\hat{\omega} \cdot \vec{M}^e = I_\omega \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{1}{I_\omega} (1, 0, 0) \cdot (-Mg \frac{\ell}{2}, 0, 0) = -Mg \frac{\ell}{2} \frac{3}{M \ell^2} = -\frac{3g}{2\ell}$$

tale accelerazione angolare è diretta lungo l'asse di rotazione e quindi lungo l'asse delle x .

Soluzione quesiti.

$$\text{Q1 } \vec{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = (-R\alpha \sin \alpha t, R\alpha \cos \alpha t, 0) = R\alpha (-\sin \alpha t, \cos \alpha t, 0)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}} = R\alpha$$

$$\text{Q2 } mg 2R_0 = \frac{1}{2} mv^2 \quad v^2 = 4gR_0$$

$$a_t = 0 \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{4gR_0}{R_0} = 4g$$

$$\text{Q3 } \vec{F}_m = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = \omega^2 R_0 \vec{i}_R$$

$$\text{Q4 } \vec{r}_{CM} = (X_{CM}, Y_{CM}) = \frac{m(0,0) + 2m(L,0) + 3m(L,L) + 4m(0,L)}{10m} = L\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{10}\right)$$