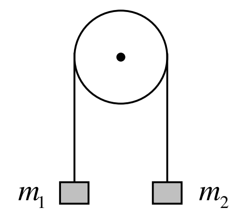
Fisica Generale LA N.1

Prova Scritta del 24 Luglio 2006
Prof. Nicola Semprini Cesari

Quesiti

1) L'equazione vettoriale del moto di un punto materiale è espressa in coordinate polari cilindriche dalla formula $\vec{r}(t) = R(t)\vec{i}_R$. Esprimere il prodotto scalare tra $\vec{r}$ e $\vec{v}$.

2) Due masse sono collegate da una funicella inestensibile di massa trascurabile libera di scorrere senza attrito nella scanalatura di una carrucola. Nella ipotesi che sia $m_1 = 5\,Kg$ determinare il valore di m_2 affinché questa cada con una accelerazione pari a 1/6 di quella di gravità.



3) Due masse m_1 e m_2 sono fissate alle estremità di una sottile asticella rigida di massa trascurabile. Nella ipotesi che questa ruoti con velocità angolare costante ω attorno ad un asse ad essa perpendicolare posto a distanza r_1 e r_2 dalle masse, determinare la forza agente sull'asse.

4) Eseguire il calcolo del momento d'inerzia di un cilindro materiale di raggio R_0 ed altezza H avente densità ρ uniforme rispetto al proprio asse di simmetria.

5) Assumendo la seconda equazione cardinale della meccanica mostrare e commentare i passaggi che conducono alla equazione per il corpo rigido in rotazione attorno ad un asse fisso.

6) Fornire la definizione operativa di forza statica e commentare la procedura di taratura del dinamometro.

Soluzioni

Q1

$\vec{r}(t) = R\ \vec{i}_R = R\cos\phi\ \vec{i}\ + R\sin\phi\ \vec{j}$

$\vec{v}(t) = (\dot{R}\cos\phi - R\dot{\phi}\sin\phi)\ \vec{i}\ + (\dot{R}\sin\phi + R\dot{\phi}\cos\phi)\ \vec{j}$

$\vec{r}\cdot\vec{v}\ = R\dot{R}\cos^2\phi - R^2\dot{\phi}\sin\phi\cos\phi + R\,\dot{R}\sin^2\phi + R^2\dot{\phi}\sin\phi\cos\phi = R\dot{R}$

Q2

Le equazioni del moto sono le seguenti

$R_{21} - m_1 g = m_1\ddot{z}_1$

$R_{12} - m_2 g = m_2\ddot{z}_2$

con le condizioni

$R_{21} = R_{12}$

$\ddot{z}_1 = -\ddot{z}_2$

Si ottiene allora sottraendo membro a menbro

$-(m_2 - m_1)g = (m_2 + m_1)\ddot{z}_2$

da cui

$\ddot{z}_2 = -\dfrac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}g$

otteniamo alla fine

$-\dfrac{1}{6}g = -\dfrac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}g \qquad m_2 = \dfrac{7}{5}m_1 \qquad m_2 = 7\,Kg$

Q3

La forza che l'asse esercita sulla prima massa vale $\vec{f}_{am_1} = m_1\vec{a}_1 = m_1\dfrac{v_1^2}{r_1}\vec{n}_1 = m_1\,\omega^2 r_1\,\vec{n}_1$ ed è uguale e contraria a quella che la massa stessa esercita sull'asse che vale $\vec{f}_{m_1 a} = -\vec{f}_{am_1} = -m_1\,\omega^2 r_1\,\vec{n}_1$. Analogamente per la seconda massa si ha $\vec{f}_{am_2} = m_2\vec{a}_2 = m_2\dfrac{v_2^2}{r_2}\vec{n}_2 = m_2\,\omega^2 r_2\,\vec{n}_2 \qquad \vec{f}_{m_2 a} = -\vec{f}_{am_2} = -m_2\,\omega^2 r_2\,\vec{n}_2 = m_2\,\omega^2 r_2\,\vec{n}_1\ \ (\vec{n}_2 = -\vec{n}_1)$. Sull'asse dunque si esercita la forza $\vec{f} = m_2\,\omega^2 r_2\,\vec{n}_1 - m_1\,\omega^2 r_1\,\vec{n}_1 = \omega^2(m_2\,r_2 - m_1\,r_1)\vec{n}_1 = M\,\omega^2 r_{CM}\,\vec{n}_1$

Q4

$$I_\omega = \int\int\int r^2 dm = \int_0^{2\pi}\int_0^{R_0}\int_0^{H} R^2\rho\,R\,d\varphi\,dR\,dz =$$

$$= \rho\int_0^{2\pi} d\varphi\int_0^{R_0} R^3\,dR\int_0^{H} dz = 2\pi\rho\frac{1}{4}R_0^4 H = \frac{1}{2}(\rho\ \pi R_0^2\ H\,)R_0^2 = \frac{1}{2}M\ R_0^2$$