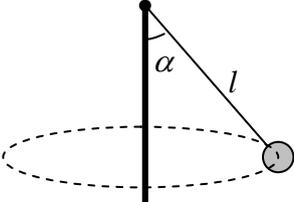


Quesiti

- 1) Un punto materiale è fermo nella posizione $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$ rispetto ad una terna mobile O la quale ruota, rispetto ad una terna fissa O' , con velocità $\vec{\omega} = \omega\vec{k}'$. Calcolare la velocità \vec{v}' del punto materiale rispetto alla terna fissa O' nella ipotesi che le origini siano coincidenti e, al tempo $t = 0$, tutti gli assi siano allineati.
- 2) Un carrello di massa m scorre senza attrito lungo una guida circolare di raggio r disposta su di un piano verticale. Nella ipotesi che il carrello sia inizialmente fermo nel punto più alto della guida determinare la reazione vincolare quando il carrello passa per il punto più basso.
- 3) Un pendolo conico di lunghezza l ruota lungo una circonferenza formando con la verticale un angolo α . Determinarne la velocità.

- 4) Attorno ad un sottile anello di massa M e raggio d è avvolto del filo in estensibile di massa complessiva trascurabile. Determinare l'accelerazione dell'anello qualora lo si lasci libero di cadere lungo la verticale trattenendo il capo libero del filo.
- 5) Sia data la forza $\vec{F}(x, y, z) = \alpha[yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}]$. Verificare se è conservativa e calcolarne l'eventuale potenziale.
- 6) Scrivere e commentare la legge della trasformazione delle accelerazioni. Trattare come esempio la piattaforma rotante.
- 7) Commentare la procedura di taratura del dinamometro attraverso la forza peso ed attraverso la forza dinamica. Illustrare i vantaggi della seconda procedura.
- 8) Commentare le proprietà dei sistemi meccanici rigidi e mostrare in che modo si rappresenta matematicamente la condizione di rigidità.

Soluzioni

1)

$$\vec{v}' = \vec{v} + \vec{v}_0 + \vec{\omega} \wedge \vec{r} = \vec{\omega} \wedge \vec{r} = \omega \vec{k}' \wedge (x \vec{i}' + y \vec{j}')$$

$$\vec{i}' = \cos \omega t \vec{i}'' + \sin \omega t \vec{j}''$$

$$\vec{j}' = -\sin \omega t \vec{i}'' + \cos \omega t \vec{j}''$$

$$\vec{v}' = -\omega(x \sin \omega t + y \cos \omega t) \vec{i}'' + \omega(x \cos \omega t - y \sin \omega t) \vec{j}''$$

2)

$$mg \cdot 2r = \frac{1}{2} mv^2 \quad v^2 = 4gr$$

$$-mg + R = m \frac{v^2}{r}, \quad R = m \left(\frac{v^2}{r} + g \right) = 5mg$$

3)

$$T \cos \alpha - mg = 0$$

$$T \sin \alpha = m \frac{v^2}{r}$$

$$\frac{r}{l} = \sin \alpha$$

$$v^2 = gl \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \quad v = \operatorname{tg} \alpha \sqrt{gl \cos \alpha}$$

4) Assumendo il riferimento del centro di massa si ha dalla seconda equazione cardinale

$$z: \quad -Td = Md^2 \dot{\omega}$$

dalla prima invece si ha

$$y: \quad T - Mg = M \ddot{y}_{cm}$$

con la relazione geometrica

$$\dot{y}_{cm} = \omega d$$

$$\text{sostituendo si ottiene} \quad \ddot{y} = -\frac{g}{2}$$

5)

$$V(x, y, z) = -\alpha xyz$$

