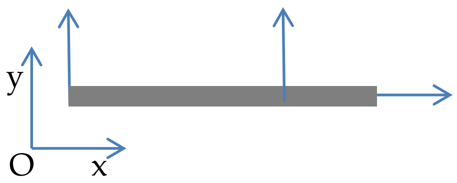
Fisica Generale LA **N.2**

Prova Scritta del 22 Luglio 2011
Prof. Nicola Semprini Cesari

Meccanica: quesiti

1) Tre forze di eguale modulo F sono applicate ai capi e a 2/3 della lunghezza di una sbarra omogenea di massa M e lunghezza L. Determinare il momento totale delle forze agenti sulla sbarra rispetto al centro di massa.



2) Un corpo di massa m cade da una quota h mentre un secondo corpo di massa m scende, dalla stessa quota, lungo un piano inclinato di un angolo α. Determinare l'intervallo temporale tra le partenze affinché i due corpi arrivino a terra contemporaneamente.

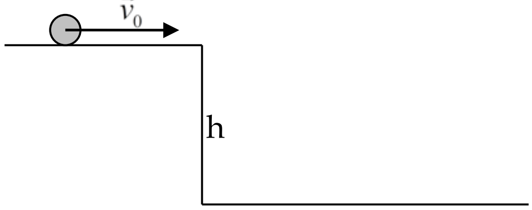
3) Stabilire se è conservativo il campo di forza $\vec{f}(\vec{r}) = \alpha r^2 \vec{r}$, dove $\vec{r}$ è il vettore posizionale del generico punto P rispetto all'origine O di un riferimento cartesiano $Oxyz$ e α è una costante, e in caso affermativo calcolare il lavoro da esso compiuto per uno spostamento del punto di applicazione della forza dal punto A di coordinate (2,0,0) al punto B di coordinate (0,0,1).

4) Determinare il momento d'inerzia di un'asta di densità di massa uniforme λ, massa M e lunghezza L, libera di ruotare attorno ad un asse passante per il suo punto di mezzo ed inclinato di un angolo α rispetto alla direzione della sbarra stessa.

5) Commentare le proprietà dei sistemi meccanici rigidi. Dimostrare la formula del momento assiale della quantità di moto.

Meccanica: problema

Determinare la relazione tra v_0 ed h affinché il punto materiale raggiunga il suolo con una velocità inclinata di un angolo di 30° rispetto alla perpendicolare.



SOLUZIONI

MECCANICA

1)

$$\vec{M}_T = -\frac{L}{2}\vec{i} \wedge F\,\vec{j} + \frac{L}{6}\vec{i} \wedge F\,\vec{j} = \frac{F\,L}{3}\vec{k}$$

2)

$$s_1 = \frac{1}{2} g\, t_1^2 \qquad t_1 = \sqrt{\frac{2\,s_1}{g}} \qquad t_1^* = \sqrt{\frac{2\,h}{g}}$$

$$s_2 = \frac{1}{2} g \sin\alpha\ t_2^2 \qquad t_2 = \sqrt{\frac{2\,s_2}{g\sin\alpha}} \qquad t_2^* = \sqrt{\frac{2\,L}{g\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2\,h}{g\ \sin^2\alpha}}$$

$$t_2^* - t_1^* = \sqrt{\frac{2\,h}{g\ \sin^2\alpha}} - \sqrt{\frac{2\,h}{g}} = \sqrt{\frac{2\,h}{g}}\left(\frac{1}{\sin\alpha} - 1\right)$$

3)

Scrivendo la forza in termini dei componenti cartesiane si verifica che il rotazionale è nullo, e quindi il campo è conservativo. Il lavoro compiuto dalla forza, diretta radialmente, è nullo lungo la traiettoria circolare con centro in *O* lungo la quale, con raggio 2 nel piano *xz*, si sposta il punto di applicazione da *A* = (2,0,0) a *A′*= (0,0,2). Resta da calcolare il lavoro compiuto per spostare il punto di applicazione da *A′* a *B*, che si riduce ad integrare lungo l′ asse *z* (quindi con *x* e *y* nulle) ottenendo

$$\alpha \int_{0,0,2}^{0,0,1} (x^2 + y^2 + z^2)(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) \bullet dz\vec{k} \equiv \int_2^1 \alpha z^3 dz = \alpha\left[\frac{z^4}{4}\right]_2^1 = -\frac{15}{4}\alpha\,.$$

4)

$$I_{\hat{\omega}} = 2\int_0^{L/2} (x\sin\alpha)^2\,\lambda\,dx = 2\lambda\sin\alpha^2 \int_0^{L/2} x^2\,dx = 2\lambda\sin\alpha^2\,\frac{1}{3}\frac{L^3}{8} = \frac{1}{12} M\sin\alpha^2 L^2$$

Problema

$$y = h - \frac{1}{2}gt^2 \qquad x = v_0 t \qquad \vec{v} = (v_0, -gt)$$

il punto materiale tocca terra quando *y=0* ovvero $t = \sqrt{2h/g}$ per cui la velocità al momento dell’impatto vale

$$\vec{v} = (v_0, -g\sqrt{\frac{2h}{g}}) = (v_0, -\sqrt{2gh})$$

affinché tale velocità abbia l’inclinazione richiesta si deve avere

$$\frac{v_0}{\sqrt{2gh}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \frac{v_0^2}{h} = \frac{2}{3}g$$