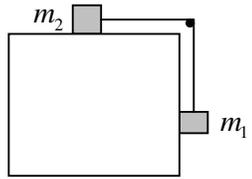


Quesiti

- 1) Fornire l'espressione della forza che da luogo al moto rappresentato dalla equazione vettoriale $\vec{r}(t) = R(t)\vec{i}_R$ (si assumano R e $\dot{\varphi}$ costanti).
- 2) Due masse libere di scorrere senza attrito sono collegate da una funicella inestensibile di massa trascurabile anch'essa libera di scorrere senza attrito sul perno indicato in figura. Determinare il valore della massa m_2 affinché questa sia soggetta ad una accelerazione pari a $1/7$ di quella di gravità nella ipotesi che sia $m_1 = 3 \text{ Kg}$.
- 3) Una sottile asta omogenea di massa M e lunghezza L ruota, appoggiata su di un piano orizzontale sul quale scorre senza attrito, attorno ad un asse perpendicolare passante per un suo estremo. Calcolare la forza agente sull'asse nella ipotesi che questa ruoti con velocità angolare costante ω .
- 4) Eseguire il calcolo del momento d'inerzia di un quadrato materiale di lato L e densità superficiale uniforme σ rispetto all'asse giacente sul piano del quadrato che lo divide in due rettangoli uguali.
- 5) Commentare i principali aspetti della forza di gravitazione e mostrare in che modo spiega la terza legge di Keplero.
- 6) Commentare le proprietà del moto circolare uniforme.

Soluzioni

Q1

$$\vec{r} = R \vec{i}_R = R \cos \phi \vec{i} + R \sin \phi \vec{j}$$

$$\vec{v} = -R \dot{\phi} \sin \phi \vec{i} + R \dot{\phi} \cos \phi \vec{j}$$

$$\vec{a} = -R \dot{\phi}^2 \cos \phi \vec{i} - R \dot{\phi}^2 \sin \phi \vec{j} = -\dot{\phi}^2 \vec{r}$$

$$\vec{f} = m\vec{a} = -m\dot{\phi}^2 \vec{r}$$

Q2

Le equazioni del moto sono le seguenti

$$R_{21} - m_1 g = m_1 \ddot{z}_1$$

$$R_{12} = m_2 \ddot{y}_2$$

con le condizioni

$$R_{21} = R_{12}$$

$$\ddot{z}_1 = -\ddot{y}_2$$

Si ottiene allora sottraendo membro a membro

$$m_1 g = (m_2 + m_1) \ddot{y}_2$$

da cui

$$\ddot{y}_2 = \frac{m_1}{m_2 + m_1} g$$

otteniamo alla fine

$$\frac{1}{7} g = \frac{m_1}{m_2 + m_1} g \quad m_2 = 6m_1 \quad m_2 = 18 \text{ Kg}$$

Q3

La risultante delle forze esterne coincide con la forza fornita dall'asse. D'altra parte abbiamo $\vec{F}^e = M \vec{a}_{cm}$.

Assumendo l'asse x lungo l'asta si ha per il centro di massa

$$x_{cm} = \frac{1}{M} \int x dm = \frac{1}{M} \int_0^L x \lambda dx = \frac{\lambda L^2}{2M} = \frac{L}{2}$$

e quindi l'accelerazione e la forza

$$\vec{a}_{cm} = \frac{v^2}{R} \vec{n} = \omega^2 \frac{L}{2} \vec{n}$$

$$\vec{F}^e = M \omega^2 \frac{L}{2} \vec{n}$$

dalla quale ricaviamo che la forza esercitata dall'asta sull'asse vale $\vec{F}_{asse} = -M \omega^2 \frac{L}{2} \vec{n}$

Q4

Scegliendo un sistema d'assi YZ con l'asse Z coincidente con l'asse di rotazione si ha

$$I_\omega = \int \int r^2 dm = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} y^2 \sigma dy dz = \sigma \int_{-L/2}^{L/2} y^2 dy \int_{-L/2}^{L/2} dz = \sigma \frac{1}{3} \frac{L^3}{4} L = \frac{ML^2}{12}$$