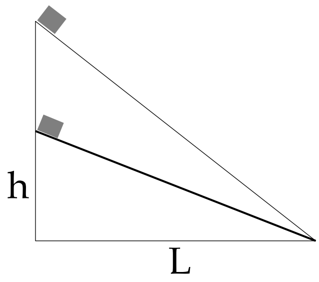
Fisica Generale LA

Prof. Nicola Semprini Cesari

Prova Scritta del 17 Giugno 2019

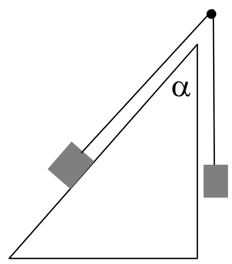
Meccanica

Q1) Un corpo materiale scende lungo un piano inclinato partendo da fermo ed in assenza di attriti. Determinare il tempo di discesa in funzione della quota di partenza *h*.

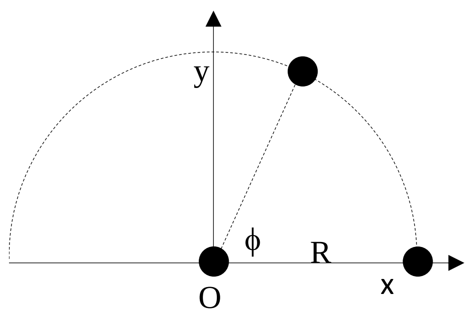


Q2) Un corpo materiale viene lanciato con una velocità v_0 lungo una direzione giacente su di un piano orizzontale. Determinare la velocità in funzione del tempo e lo spazio complessivamente percorso dal corpo materiale nella ipotesi che la risultante delle forze sia costituita dalla forza di attrito dinamico $\vec{f} = -k\vec{v}$.

Q3) Il sistema meccanico della figura è costituito da due masse uguali collegate da un filo inestensibile di massa trascurabile che può scorrere senza attrito su di un piolo posto al vertice. Determinare l'accelerazione con la quale scende verticalmente la massa nella ipotesi che l'altra possa scorrere lungo il piano inclinato senza attrito.



Q4) Due masse di valore *m* sono fissate in posizione (0,0) e (R,0) mentre una terza massa di valore *m* è libera di muoversi lungo il profilo semicircolare indicato in figura. Determinare l'equazione del luogo geometrico delle posizioni del centro massa del sistema delle tre masse.



Q5) Enunciare e commentare il terzo principio della dinamica e fornire la sua espressione matematica.

Q6) Enunciare e dimostrare il teorema del momento della forza per il punto materiale.

Termodinamica

Q1) Due moli di gas biatomico si espandono liberamente all'interno di un contenitore adiabatico dallo stato iniziale $P_1=302650.2\ Pa$, $V_1=15\ l$, $t=0\ ^0C$ allo stato finale $P_2=151325.1\ Pa$, $V_2=30\ l$, $t=0\ ^0C$. Determinare il calore che è necessario prelevare dal gas per riportarlo nello stato iniziale per mezzo di una trasformazione quasi statica.

Q2) Due contenitori identici si trovano ad una differenza di quota di *40m*. Una massa *m=20 kg* di acqua in quiete alla temperatura $t=15\ ^0C$ riempie parte del contenitore più elevato. Successivamente si fa defluire tutta la massa d'acqua nel contenitore inferiore aspettando che si porti nuovamente nello stato di quiete. Determinare: i) la temperatura finale dell'acqua (c=4186 J/(Kg K)); ii) la sua variazione di entropia.

Q3) Commentare il concetto di temperatura termodinamica assoluta

SOLUZIONI

Q1

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$s = \frac{1}{2} g \sin\vartheta\, t^2 \qquad \sin\vartheta = \frac{h}{\sqrt{h^2+L^2}} \qquad s = \sqrt{h^2+L^2} \qquad \sqrt{h^2+L^2} = \frac{1}{2} g \frac{h}{\sqrt{h^2+L^2}} t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2(h^2+L^2)}{gh}} = \sqrt{\frac{2}{g}\left(h + \frac{L^2}{h}\right)}$$

Q2

$$-k\dot{x} = m\ddot{x} \qquad \frac{d\dot{x}}{dt} = -\frac{k}{m}\dot{x} \qquad \frac{d\dot{x}}{\dot{x}} = -\frac{k}{m}dt \qquad \textit{da cui la legge della velocità } \dot{x}(t) = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}$$

$$\frac{dx}{dt} = v_0 e^{-\frac{k}{m}t} \qquad dx = v_0 e^{-\frac{k}{m}t} dt \qquad x(t) = x_0 + \frac{m v_0}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

$$\textit{da cui lo spazio complessivamente percorso } x(\infty) = x_0 + \frac{m v_0}{k}$$

Q3

Orientando un'asse y parallelamente al lato inclinato ed un asse z verticalmente verso il basso si ha il seguente sistema di equazioni meccaniche

$$T - mg\cos\alpha = m\ddot{y}$$
$$-T + mg = m\ddot{z}$$
$$\dot{y} = \dot{z}$$

da cui $\quad \ddot{z} = \frac{1-\cos\alpha}{2} g$

Q4

$$[x_{CM}, y_{CM}] = \frac{m(0,0) + m(R,0) + m(R\cos\phi, R\sin\phi)}{3m} = \left[\frac{R}{3}(1+\cos\phi), \frac{R}{3}\sin\phi\right]$$

$$x_{CM} - \frac{R}{3} = \frac{R}{3}\cos\phi \qquad y_{CM} = \frac{R}{3}\sin\phi \qquad \left(x_{CM} - \frac{R}{3}\right)^2 + y_{CM}^2 = \frac{R^2}{9}$$

Il luogo geometrico è dunque un semicerchio di raggio R/3 e centro x=R/3, y=0.

Termodinamica

Q1)

Per riportare il sistema nello stato iniziale è necessario eseguire una trasformazione isoterma quasi statica:

$$\not{d}Q = dU + \not{d}L \qquad \not{d}Q = nC_v dT + PdV \qquad \not{d}Q = PdV \qquad PV = nRT \qquad \not{d}Q = nRT\frac{dV}{V}$$

$$\Delta Q = nRT\ln\frac{V_F}{V_I} = 2x8.31x273.15x\ln\frac{15}{30} = -3146.72\,J$$

Q2)
Quando l'acqua si riporta in quiete nel contenitore inferiore ha assorbito e convertito in energia interna l'energia potenziale meccanica mgh. Dalla definizione di calore specifico si ottiene

$$\frac{1}{m}\frac{\not{d}Q}{dT} = C \qquad \not{d}Q = mC\,dT$$

mentre dal primo principio

$$\not{d}Q = dU + \not{d}L \qquad \not{d}Q = dU \quad \textit{da cui} \quad dU = mC\,dT$$

otteniamo allora

$$dU = mCdT \qquad \int_{U_i}^{U_f} dU = \int_{T_i}^{T_f} mC\,dT \qquad \Delta U = mC(T_f - T_i) \qquad mgh = mC(T_f - T_i)$$

$$T_f = T_i + \frac{gh}{C} = 288.15 + \frac{9.81x40}{4186} = 288.15 + 0.094 = 288.24\,K$$

$$dS = \frac{\not{d}Q}{T} = \frac{dU + \not{d}L}{T} = \frac{mC\,dT}{T} \qquad \int_{S_i}^{S_f} dS = \int_{T_i}^{T_f} mC\frac{dT}{T}$$

$$\Delta S = mC\ln\frac{T_F}{T_I} = 20x4186x\ln\frac{288.24}{288.15} = 26.14\,J/K$$