Fisica Generale LA

Prof. Nicola Semprini Cesari

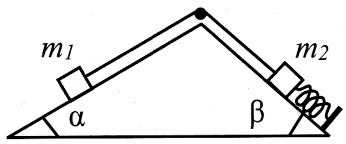
Prova Scritta del 22 Luglio 2014

Meccanica

Q1) Il moto di un punto materiale è descritto dalle seguenti equazioni orarie: $x(t) = 2t^2 + 3t + 4$; $y(t) = \sqrt{15}\,t + 15$; $z(t) = 0$. Calcolare il modulo della velocità e della accelerazione al tempo $t = 1s$.

Q2) Un proiettile deve colpire un punto posto su di una parete ad una quota *h* e ad una distanza *d* (misurata lungo la direzione orizzontale). Determinare l'inclinazione della canna del fucile (rispetto al piano orizzontale) affinchè il proiettile, colpendo il punto, penetri perpendicolarmente nella parete.

Q3) Il sistema meccanico rappresentato in Figura è costituito da due blocchi aventi masse $m_1 = 30kg$ e $m_2 = 20kg$ giacenti su un doppio piano inclinato (di angoli α=30° e β=45°) privo di attrito e collegati da una fune ideale (inestensibile e di massa trascurabile) la cui direzione è deflessa da un piolo liscio.
La massa m_2 è agganciata all'estremo d'una molla ideale di costante elastica *k* e massa trascurabile che s'è espansa d'un tratto $\Delta l = 0.2m$ rispetto alla condizione di riposo. Determinare, in funzione dei dati del problema e del modulo *g* dell'accelerazione di gravità, le seguenti quantità: Determinare, in funzione dei dati del problema e del modulo *g* dell'accelerazione di gravità, le seguenti quantità:



a) l'espressione delle componenti di tutte le forze (attive e vincolari) agenti sui due blocchi m_1 e m_2; b) il valore della costante elastica *k.*

Q4) Sia data una asta omogenea di massa *M* e lunghezza *L,* vincolata ad un estremo in un punto A, e tenuta in posizione orizzontale da una fune collegata all'altro estremo B perpendicolarmente all'asta stessa. Si supponga che a una distanza $L/3$ dall'estremo A sia applicata una forza $\vec{F}$ perpendicolare all'asta e diretta verso il basso. Calcolare le espressioni delle seguenti quantità: a) la reazione vincolare nel punto A; b) la tensione della fune. Se a un certo istante la fune si spezza calcolare: c) l'espressione dell'accelerazione angolare a cui è soggetta l'asta.

Q5) Spiegare i concetti di sistema inerziale e non inerziale. Scrivere e spiegare l'espressione delle forze inerziali.

Q6) Spiegare il concetto di forza conservativa e commentarne le proprietà.

Termodinamica

Q1) Un pistone accoppiato ad una molla può scorrere senza attrito lungo le pareti di un cilindro entrambi adiabatici. Inizialmente il pistone è bloccato in una posizione con molla scarica e limita un volume V_1 contenente una mole di gas monoatomico all'equilibrio alla temperatura T_1=350K e pressione P_1=2 atm. Successivamente il pistone viene sbloccato, il gas si espande fino a raggiungere un nuovo stato di equilibrio di volume V_2=3V_1 e la molla si comprime di un tratto x (attenzione non è una trasformazione quasi statica).
i) Determinare il lavoro compiuto dal gas sulla molla in funzione della compressione x; ii) tenendo conto delle relazioni $S\,x = V_2 - V_1$, $F_2 = K\,x$ (dove S è la sezione del cilindro) e della equazione di stato esprimere il lavoro compiuto dal gas in funzione della temperatura T_2 dello stato finale; iii) utilizzando il primo principio della termodinamica determinare la temperatura finale T_2; iv) utilizzando le equazioni di stato determinare anche la pressione P_2 dello stato finale.

Q2) Enunciare il teorema di Carnot. Calcolare il rendimento del ciclo reversibile con gas perfetto.

Soluzioni Meccanica

Q1)

$$x(t)=2t^2+3t+4 \qquad \dot{x}(t)=4t+3 \qquad \ddot{x}(t)=4 \qquad \vec{v}(1)=(7,\sqrt{15},0) \qquad |\vec{v}|=\sqrt{49+15}=8$$
$$y(t)=\sqrt{15}\,t+15 \qquad \dot{y}(t)=\sqrt{15} \qquad \ddot{y}(t)=0 \qquad \vec{a}(1)=(4,0,0) \qquad |\vec{a}|=\sqrt{16}=4$$
$$z(t)=0 \qquad \dot{z}(t)=0 \qquad \ddot{z}(t)=0$$

Q2)

Assumendo un riferimento con l'origine nel punto termina la canna del fucile si ha

$$x=v_{0x}t \qquad t'=\frac{d}{v_{0x}} \qquad -$$
$$y=v_{0y}t-\frac{1}{2}g\,t^2 \qquad - \qquad h=v_{0y}\frac{d}{v_{0x}}-\frac{1}{2}g\,(\frac{d}{v_{0x}})(\frac{v_{0y}}{g})$$
$$\dot{y}=v_{0y}-g\,t=0 \qquad v_{0y}=g\frac{d}{v_{0x}} \qquad -$$
$$si\ ha\ allora \qquad tg\alpha=\frac{v_{0y}}{v_{0x}}=\frac{2h}{d}$$

Q3)

a) <u>Sulla massa m_1</u> agiscono, in verso opposto, la tensione della fune che ha modulo *T*, la componente R_1 della reazione vincolare del piano che ha valore assoluto $m_1 g\cos\alpha$ e quella della forza peso, dando luogo alle relazioni seguenti:

$$T=m_1 g\sin\alpha$$
$$R_1=m_1 g\cos\alpha \;;$$

<u>*sulla massa m_2*</u> agisce anche la forza elastica della molla, la quale, essendosi questa distesa, ha lo stesso verso del componente della forza peso

$$R_2=m_2 g\cos\beta$$
$$T=m_2 g\sin\beta+k\Delta l \,.$$

b) Dalla prima e dalla quarta di queste relazioni si ha

$$k=\frac{g\,(m_1\sin\alpha-m_2\sin\beta)}{\Delta l}=\frac{9.8(30\times0.5-20\times\frac{\sqrt{2}}{2})}{0.2}=42Nm^{-1}$$

Q4)

a) e b) condizioni di equilibrio statico:

$$\begin{cases} R_A\hat{\jmath}-F\hat{\jmath}-Mg\,\hat{\jmath}+T\hat{\jmath}=0 \\ \vec{0}\times(R_A\hat{\jmath})+(\tfrac{1}{3}L\,\hat{\imath})\times(-F\hat{\jmath})+(\tfrac{1}{2}L\,\hat{\imath})\times(-Mg\,\hat{\jmath})+(L\,\hat{\imath})\times(T\hat{\jmath})=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A-F-Mg+T=0 \\ -\tfrac{1}{3}LF\,\hat{k}-\tfrac{1}{2}LMg\,\hat{k}+LT\,\hat{k}=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} T=F+Mg-R_A \\ -\tfrac{1}{3}F-\tfrac{1}{2}Mg+T=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} - \\ -\tfrac{1}{3}F-\tfrac{1}{2}Mg+F+Mg-R_A=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} - \\ \tfrac{2}{3}F+\tfrac{1}{2}Mg-R_A=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T=\tfrac{1}{3}F+\tfrac{1}{2}Mg \\ R_A=\tfrac{2}{3}F+\tfrac{1}{2}Mg \end{cases}$$

c)

$$\hat{\omega}\cdot\vec{M}^e = I_{\hat{\omega}}\,\ddot{\varphi}$$
$$\vec{M}^e = (\tfrac{1}{3}L\,\hat{\imath})\times(-F\,\hat{\jmath}) + (\tfrac{1}{2}L\,\hat{\imath})\times(-Mg\,\hat{\jmath})$$
$$= (-\tfrac{1}{3}LF - \tfrac{1}{2}LMg)\,\hat{k}$$
$$\hat{\omega}\cdot\vec{M}^e = \hat{k}\cdot\vec{M}^e = -\tfrac{1}{3}LF - \tfrac{1}{2}LMg$$
$$I_{\hat{\omega}} = \int_0^L \lambda x^2 dx = \lambda\frac{1}{3}L^3 = \frac{1}{3}ML^2$$
$$\ddot{\varphi} = -\frac{\tfrac{1}{3}LF + \tfrac{1}{2}LMg}{\frac{1}{3}ML^2} = -\frac{F}{ML} - \frac{3}{2}\frac{g}{L}$$

Soluzioni Termodinamica

i) poiché si espande il gas compie sulla molla un lavoro positivo $L = \frac{1}{2}k\,x^2$;

ii) $S\,x = V_2 - V_1 = 3V_1 - V_1 = 2V_1$ da cui $x = \frac{2V_1}{S}$. Inoltre $F_2 = K\,x$ $\quad \frac{F_2}{S}S = K\,x \quad P_2S = K\,x$ quindi $L = \frac{1}{2}k\,x^2 = \frac{1}{2}(K\,x)\,x = \frac{1}{2}P_2S\frac{2V_1}{S} = P_2V_1$. Dalla equazione di stato $P_2V_2 = nRT_2 \quad P_2 = \frac{nRT_2}{V_2}$ per cui, sostituendo $L = \frac{nRT_2}{V_2}V_1 = \frac{1}{3}RT_2$;

iii) dal primo principio $đQ = dU + đL \quad 0 = nC_V dT + đL \quad 0 = nC_V(T_2 - T_1) + L \quad 0 = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + L$ sostituendo il lavoro $0 = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + \frac{1}{3}RT_2$ da cui $T_2 = \frac{9}{11}T_1 = \frac{9}{11}350 = 286.4\,K$.

iv) $P_1V_1 = nRT_1 \quad P_2V_2 = nRT_2 \quad \frac{P_2V_2}{P_1V_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad P_2 = P_1\frac{T_2}{T_1}\frac{V_1}{V_2}$ da cui $P_2 = P_1\frac{9}{11}\frac{1}{3} = \frac{3}{11}2 = 0.55\,atm$.