

# Esercizi leggi di conservazione

Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2002-2003

## Esercizi

### Esercizio 1

Una molla di lunghezza a riposo pari a  $l_0 = 1\text{ m}$  e  $k = 20\text{ N/m}$ , indeformabile in senso trasverso rispetto alla direzione di allungamento, ruota con velocità angolare costante  $\omega = 0.5\text{ rad/s}$  intorno ad uno dei suoi estremi. All'altra estremità è fissato un punto materiale di massa  $m = 0.1\text{ kg}$ . Sapendo che all'istante  $t = 0\text{ s}$  il punto dista  $r_0 = 2\text{ m}$  dal centro di rotazione ed ha una velocità, in modulo, pari a  $v_0 = 1\text{ m/s}$  determinare la legge oraria del punto materiale nel sistema di riferimento del laboratorio e in quello corotante con la molla e centrato nel suo estremo vincolato (tenere presente che a  $t = 0$  la molla giace sull'asse  $x$  del S.R. del laboratorio). Calcolare inoltre il momento angolare del punto materiale nel sistema del laboratorio.

### Esercizio 2

Un punto materiale di massa  $m = 1\text{ kg}$  è fissato al soffitto da un cavo inestensibile e di massa trascurabile lungo  $l = 2\text{ m}$ . Se all'istante  $t = 0$  il punto è fermo, dista  $d = 1.9\text{ m}$  dal soffitto ed il cavo è completamente esteso, calcolare il periodo di oscillazione del sistema. Calcolare inoltre il momento angolare del punto. Si conserva??

### Esercizio 3

Un punto materiale è fissato alla parete verticale anteriore del vagone di un treno di moto rettilineo uniforme tramite una molla di costante elastica  $k = 50\text{ N/m}$  a riposo. Ad un certo istante il treno incomincia a decelerare in modo uniforme  $a_0 = 0.1\text{ m/s}^2$ . Calcolare, nel S.R. solidale con il vagone l'equazione del moto per il punto, sapendo che molla e punto giacciono sul fondo della carrozza.

### Esercizio 4

Un automobilista incauto, dopo aver appoggiato un bicchiere contenente  $v = 0.5\text{ l}$  d'acqua sul cruscotto, parte con la macchina all'istante  $t = 0\text{ s}$  con un'accelerazione pari a  $a(t) = a_0 \cdot t^2$  essendo  $a_0 = 0.2\text{ m/s}^4$ . Sapendo che il coefficiente di attrito statico del cruscotto è  $\mu = 0.5$  calcolare dopo quanti metri il bicchiere gli si rovescia addosso.

### Esercizio 5

Due punti materiali di massa uguale e pari a  $m = 1\text{ kg}$  sono tenuti a distanza  $d = 5\text{ cm}$  da un cavo inestensibile, di massa trascurabile anch'esso di lunghezza  $d$ . Il sistema è inizialmente in quiete. Ad un certo istante uno dei due punti è fissato ad una parete da una molla di costante elastica  $k = 30\text{ N/m}$ , che per agganciarsi viene allungata di  $\Delta x = 0.2\text{ m}$ . Calcolare quanto tempo trascorre affinché i due punti si urtino.

### Esercizio 6

Due particelle rispettivamente di massa  $m_1 = 0.2 \text{ kg}$  e  $m_2 = 1 \text{ kg}$ , vincolate ad una rotaia rettilinea parallela a terra, si muovono all'istante  $t = 0$  con velocità rispettivamente di  $v_1 = 2 \text{ m/s}$  e  $v_2 = 1 \text{ m/s}$ . Ad un certo istante collidono; sapendo che la particella  $m_1$ , dopo l'urto ha una velocità pari a  $\bar{v}_1 = 1 \text{ m/s}$  calcolare la velocità di  $m_2$  dopo l'urto. Scrivere, inoltre, l'equazione del moto del centro di massa del sistema.

### Esercizio 7

Due punti materiali di massa rispettivamente  $m_1 = 0.1 \text{ kg}$  e  $m_2 = 0.3 \text{ kg}$  a  $t = 0 \text{ s}$  distano  $d_0 = 5 \text{ m}$ . Dopo  $\Delta t = 10 \text{ s}$  collidono. L'urto è tale che le due masse si uniscono formando un'unica particella che si muove con velocità  $v_f = 2 \text{ m/s}$ . Quali sono le velocità iniziali dei due punti materiali?

### Esercizio 8

Calcolare il momento di inerzia di una sbarra di lunghezza  $l = 2 \text{ m}$  e  $m = 0.5 \text{ kg}$  vincolata a muoversi attorno ad un asse perpendicolare alla stessa, fissato ad uno dei suoi due estremi. Calcolare, inoltre, il rapporto fra tale momento di inerzia e quello della stessa sbarra fissato l'asse di rotazione parallelamente al precedente e passante per il suo centro di massa.

### Esercizio 9

Un punto materiale  $m = 0.1 \text{ kg}$  è fissato tramite una molla di costante elastica  $k = 25 \text{ N/m}$  al punto più alto di un piano inclinato di  $\theta = 30^\circ$  rispetto a terra. Si noti che è presente attrito dinamico di costante  $\lambda = 0.01$  causato dallo sfregamento fra il punto e il piano inclinato. Il corpo viene lanciato a  $t = 0 \text{ s}$  con velocità  $v_0 = 1 \text{ m/s}$  verso terra dalla posizione in cui la molla è a riposo. Calcolare il massimo allungamento della stessa.

### Esercizio 10

Una sbarretta uniforme di lunghezza  $l = 0.5 \text{ m}$  e di massa  $m = 0.2 \text{ kg}$  è appoggiata ad un piano orizzontale ed è vincolata nel suo centro di massa ad un asse di rotazione perpendicolare al piano stesso. Ad un certo istante la sbarra ruota attorno a tale asse con velocità angolare pari a  $\omega_0 = 0.8 \text{ rad/s}$ . Sapendo che la rotazione è frenata da una forza di attrito dinamico ( $\lambda = 0.1$ ) calcolare come varia il momento angolare totale del sistema in funzione del tempo. Quanto impiega a fermarsi la sbarretta?

## Esercizi avanzati

### Esercizio 1

Una sferetta di massa  $m = 0.5 \text{ kg}$  è attaccata nel punto di mezzo di una corda di lunghezza  $L = 1 \text{ m}$ , di massa trascurabile. La corda è fissata agli estremi ed è mantenuta ad una tensione di modulo costante  $T = 50 \text{ N}$ . Il sistema si trova su un piano liscio orizzontale senza attrito. Calcolare:

- 1) la frequenza di oscillazione della sferetta quando è spostata dalla posizione di riposo, nel piano e in direzione perpendicolare alla corda, e poi rilasciata, nell'ipotesi che lo spostamento sia piccolo rispetto ad  $L$ ;

- 2) l'equazione oraria della sferetta, sapendo che passa per la posizione di equilibrio con velocità  $v_0 = 1 \text{ m/s}$ ;
- 3) la frequenza di oscillazione nel caso in cui la sferetta sia attaccata ad una distanza  $d = 1/3 L$  da uno degli estremi della corda, continuando a valere le ipotesi del primo quesito.

## Esercizio 2

Una particella puntiforme di massa  $m_1 = 0.15 \text{ kg}$  che si muove con velocità  $u = 7.2 \text{ m/s}$  su un piano orizzontale liscio, urta un'altra particella inizialmente in quiete. Dopo l'urto i due corpi si muovono sul piano; la particella  $m_1$  con modulo della velocità  $v_1 = 4.5 \text{ m/s}$  ed angolo  $\theta_1 = 60^\circ$  rispetto alla linea iniziale di volo, la seconda particella con modulo della velocità  $v_2 = 1 \text{ m/s}$ . Calcolare:

- 1) l'angolo di diffusione del corpo urtato e la sua massa;
- 2) la variazione di energia cinetica tra stato iniziale e stato finale.

## Esercizio 3

Un sistema composto da due sfere, entrambe di massa  $M = 0.1 \text{ kg}$  collegate tra loro da una molla con costante elastica  $k = 2 \text{ N/m}$  e lunghezza  $L = 0.5 \text{ m}$ , è inizialmente in quiete. Una delle due sfere è urtata centralmente ed elasticamente da una terza sfera anch'essa di massa  $M$  che si muove con velocità  $v = 1.8 \text{ m/s}$  lungo la retta congiungente i centri delle due sfere. Calcolare:

- 1) la velocità del centro di massa del sistema delle due sfere dopo l'urto;
- 2) il periodo di oscillazione;
- 3) le distanze minima e massima fra le due sfere.

## Esercizio 4

Due blocchi di massa rispettivamente  $m = 0.1 \text{ kg}$  e  $M = 0.5 \text{ kg}$  si trovano su un tavolo privo di attrito, collegati da una molla di massa trascurabile, di lunghezza a riposo  $L = 0.4 \text{ m}$  e costante elastica  $k = 5 \text{ N/m}$ . Tramite un filo di massa trascurabile attaccato ai due blocchi si comprime la molla fino alla lunghezza  $L/2$ . Il sistema si muove con velocità  $v = 0.5 \text{ m/s}$  in direzione perpendicolare alla molla. Se il filo viene tagliato calcolare:

- 1) l'energia meccanica totale nel sistema del laboratorio e nel sistema del centro di massa;
- 2) la velocità relativa massima dei due blocchi;
- 3) il periodo di vibrazione del sistema.

## Esercizio 5

Due sfere rispettivamente di massa  $m_1 = 2 \text{ kg}$  e  $m_2 = 8 \text{ kg}$  si urtano centralmente ed elasticamente comprimendo una molla di massa trascurabile attaccata ad una delle due sfere. Assumendo che la molla ritorni alla sua lunghezza originale dopo l'urto, considerare i due casi iniziali di uguale energia totale:

A:  $m_1$  ha energia cinetica pari a  $16 J$ ,  $m_2$  é ferma;

B:  $m_2$  ha energia cinetica pari a  $16 J$ ,  $m_1$  é ferma.

Calcolare in ciascuno dei due casi:

- 1) le velocità finali di  $m_1$  e  $m_2$ ;
- 2) il valore dell'energia potenziale massima immagazzinata nella molla, durante l'interazione.

### Esercizio 7

Una particella di massa  $2m$  e velocità  $u = 8 m/s$  ( $m = 100 g$ ) urta un'altra particella di eguale massa inizialmente in quiete. Nell'urto si formano due particelle di massa  $m$  e  $3m$  e si conserva l'energia cinetica. Calcolare:

- 1) i moduli delle velocità delle due particelle nel sistema del centro di massa dopo l'urto;
- 2) i vettori velocità delle particelle nel sistema del laboratorio se nel sistema del centro di massa l'angolo di diffusione é di  $90^\circ$  rispetto alla direzione della particella incidente;
- 3) l'angolo fra le due particelle nel sistema del laboratorio.

### Esercizio 8

Due astronauti di massa ciascuno pari a  $M = 90 kg$  escono da un'astronave in orbita collegati da un cavo di massa trascurabile lungo  $L = 20 m$ . Essi ruotano l'uno attorno all'altro compiendo un giro ogni  $T = 10 s$ . Calcolare:

- 1) la tensione a cui é sottoposto il cavo;
- 2) se uno degli astronauti tira a sé il cavo, la velocità angolare quando gli astronauti distano  $d = 5 m$ ;
- 3) il lavoro compiuto dall'astronauta nel punto precedente.

### Esercizio 9

Una particella di massa  $m = 0.2 kg$  in moto con velocità pari a  $v_0 = 7.2 m/s$  urta elasticamente una particella di massa  $M = 0.6 kg$ , inizialmente in quiete. Nella configurazione finale la particella incidente é diffusa a  $\alpha = 90^\circ$  rispetto alla direzione iniziale di volo. Calcolare:

- 1) i moduli delle quantità di moto delle due particelle nello stato finale;
- 2) l'angolo  $\theta$  che la seconda particella forma con la linea di volo della particella incidente nel sistema del centro di massa.

(R:  $1.02 kg \cdot m/s$ ,  $1.76 kg \cdot m/s$ ,  $1.23 rad$ )

### Esercizio 10

Un campo di forze conservativo unidimensionale é descritto dalla seguente energia potenziale:

$$\begin{aligned} U(x) &= 0.5 \cdot k \cdot x^2 & \text{per } |x| \leq A \\ U(x) &= 0.5 \cdot k \cdot A^2 & \text{per } |x| > A \end{aligned}$$

con  $k = 6 \text{ N/m}$  e  $A = 0.65 \text{ m}$ . Nel punto  $x = 0$  si trova, in quiete, una particella puntiforme di massa  $m_2 = 0.2 \text{ kg}$ . Un'altra particella puntiforme di massa  $m_1 = 0.1 \text{ kg}$ , inizialmente in moto a grande distanza dall'origine, con velocità  $v_0 = 3.5 \text{ m/s}$ , entra nella regione in cui il campo di forze é attivo e collide con la particella ferma in  $x = 0$ . Calcolare, nell'ipotesi di urto elastico di durata trascurabile:

- 1) le velocità delle due particelle subito dopo la collisione;
- 2) l'intervallo di tempo che trascorre dall'urto al momento in cui  $m_2$  raggiunge il punto  $x = 1.5 \text{ m}$ .

(R:  $-2.04 \text{ m/s}$ ,  $4.09 \text{ m/s}$ ,  $0.62 \text{ s}$ )

### Esercizio 11

Un campo di forze conservative ha per energia potenziale la funzione  $U(x) = A/B - A(B^2 + x^2)^{1/2}$  con  $A$  e  $B$  costanti positive e  $-\infty < x < \infty$ . Calcolare:

- 1) le dimensioni delle costanti  $A$  e  $B$ ;
- 2) il punto di equilibrio (verificare che é stabile);
- 3) la minima velocità che deve possedere il corpo lanciato dal punto di equilibrio per raggiungere l'infinito.

(R:  $0 \text{ m}$ ,  $(2A/mB)^{1/2}$ )

### Esercizio 12

Due stelle di uguale massa  $M$  ruotano attorno al loro centro di massa su un'orbita circolare di raggio  $r$ . Un corpo di massa  $m$  molto minore di  $M$  può muoversi lungo l'asse passante per il centro di massa e perpendicolare al piano dell'orbita. Calcolare la forza esercitata sul corpo in funzione di  $z$ . (R:  $-2GMMz/(r^2 + z^2)^{3/2}$ )