

Esercizi terzo principio della dinamica-leggi di conservazione-forze inerziali

Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2003-2004

Esercizio 1

Due astronauti di massa ciascuno pari a $M = 90 \text{ kg}$ escono da un'astronave in orbita collegati da un cavo di massa trascurabile lungo $L = 20 \text{ m}$. Essi ruotano l'uno attorno all'altro compiendo un giro ogni $T = 10 \text{ s}$. Calcolare:

- 1) la tensione a cui è sottoposto il cavo;
- 2) se uno degli astronauti tira a sé il cavo, la velocità angolare quando gli astronauti distano $d = 5 \text{ m}$;
- 3) il lavoro compiuto dall'astronauta nel punto precedente.

Esercizio 2

Una molla di lunghezza a riposo pari a $l_0 = 1 \text{ m}$ e $k = 20 \text{ N/m}$, indeformabile in senso trasverso rispetto alla direzione di allungamento, ruota con velocità angolare costante $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$ intorno ad uno dei suoi estremi. All'altra estremità è fissato un punto materiale di massa $m = 0.1 \text{ kg}$. Sapendo che all'istante $t = 0 \text{ s}$ il punto dista $r_0 = 2 \text{ m}$ dal centro di rotazione ed ha una velocità, in modulo, pari a $v_0 = 1 \text{ m/s}$ determinare la legge oraria del punto materiale nel sistema di riferimento del laboratorio e in quello corotante con la molla e centrato nel suo estremo vincolato (tenere presente che a $t = 0$ la molla giace sull'asse x del S.R. del laboratorio). Calcolare inoltre il momento angolare del punto materiale nel sistema del laboratorio.

Esercizio 3

Un punto materiale di massa $m = 1 \text{ kg}$ è fissato al soffitto da un cavo inestensibile e di massa trascurabile lungo $l = 2 \text{ m}$. Se all'istante $t = 0$ il punto è fermo, dista $d = 1.9 \text{ m}$ dal soffitto ed il cavo è completamente esteso, calcolare il periodo di oscillazione del sistema. Calcolare inoltre il momento angolare del punto. Si conserva??

Esercizio 4 - Forze inerziali

Un punto materiale è fissato alla parete verticale anteriore del vagone di un treno di moto rettilineo uniforme tramite una molla di costante elastica $k = 50 \text{ N/m}$ a riposo. Ad un certo istante il treno incomincia a decelerare in modo uniforme $a_0 = 0.1 \text{ m/s}$. Calcolare, nel S.R. solidale con il vagone l'equazione del moto per il punto, sapendo che molla e punto giacciono sul fondo della carrozza.

Esercizio 5 - Forze inerziali

Un automobilista incauto, dopo aver appoggiato un bicchiere contenente $v = 0.5 \text{ l}$ d'acqua sul cruscotto, parte con la macchina all'istante $t = 0 \text{ s}$ con un'accelerazione pari a $a(t) = a_0 \cdot t^2$ essendo

$a_0 = 0.2 m/s^4$. Sapendo che il coefficiente di attrito statico del cruscotto é $\mu = 0.5$ calcolare dopo quanti metri il bicchiere gli si rovescia addosso.

Esercizio 6

Una sbarra orizzontale, sottile ed omogenea, di lunghezza $L = 2\xi \cdot 10^{-3} m$ e massa $M = \xi \cdot 10^{-3} kg$ é libera di ruotare, senza attrito, attorno ad un asse verticale, passante per il suo centro. Sulla sbarra sono infilate, dalle due parti opposte, due sferette di dimensioni trascurabili, ciascuna di massa $m = \xi/4 \cdot 10^{-3} kg$. Inizialmente il sistema ruota con velocità angolare $\omega_0 = \sqrt{\xi}/8 rad/s$ e le sferette sono trattenute da un filo a distanza $d = \xi/5 \cdot 10^{-3} m$ dal centro della sbarra. Ad un certo istante il filo é tagliato cosí che le sferette sono libere di scorrere senza attrito lungo la sbarra. Calcolare le componenti normale (rispetto alla sbarra) della velocità delle sferette nell'istante in cui arrivano alle estremitá della sbarra. *Totale LA 01/07/2003*

Esercizio 7

Un proiettile cade verso terra partendo da fermo da un'altezza $h_i = \sqrt{\xi}/4 m$. A terra si trova una sbarra AB lunga $\overline{AB} = 3\xi \cdot 10^{-2} m$ e di massa trascurabile. La sbarra é incernierata in un punto O , attorno al quale é libera di ruotare perpendicolarmente a terra tale che $\overline{AO} = 2 \cdot \overline{OB}$. All'estremitá B é appoggiato un punto materiale di massa uguale al proiettile. Ad un certo istante il proiettile in caduta libera urta la sbarra nella sua estremitá A , che si trova ad un'altezza $h_A = \frac{1}{2}h_i$ da terra, e vi si conficca. In quell'istante il corpo in B viene catapultato in senso ortogonale alla sbarra. Si determini l'altezza massima della sua traiettoria. *Totale LA 19/06/2003*

Esercizio 8

Un punto materiale soggetto alla forza posizionale $\vec{F} = -cy\hat{i} + cx\hat{j} + cz\hat{k}$, dove $c = \xi/10 N/m$. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza quando il punto materiale compie un giro completo sulla circonferenza C di raggio $r = \xi/100 m$, giacente sul piano xy con centro nell'origine: $C\{P \in \mathcal{R}^3; x = r \cos \phi, y = r \sin \phi, z = 0, \phi \in [0, 2\pi[\}$. *Totale LA 19/06/2003*

Esercizio 9

Sia dato il campo di forza: $\vec{F}(x, y, z) = 2\alpha(xy^2\hat{i} + x^2y\hat{j} + 2z^3\hat{k})$, definito in \mathcal{R}^3 . Verificare se esso conservativo ed eventualmente determinarne il potenziale. *Totale 28/03/2003*

Esercizio 10

Un punto materiale di massa m nota (vedi figura) appoggiato su di un cuneo liscio, di massa $M_1 = 3m$ e angolo $\alpha = 10^\circ$. Il cuneo, a sua volta, vincolato a scorrere senza attrito su di un piano orizzontale liscio. Supponendo che inizialmente tutto sia in quiete e che il punto materiale si trovi a un'altezza h_0 rispetto al piano orizzontale, calcolare: (a) la velocità di traslazione del cuneo quando il punto materiale sceso sul piano orizzontale; (b) supponendo poi che il punto, una volta raggiunto il piano orizzontale, incontri un secondo cuneo liscio, di massa $M_2 = 4m$ e angolo $\beta = 20^\circ$, anch'esso libero di scorrere senza attrito sul piano orizzontale, calcolare la massima altezza h raggiunta dal punto materiale sul secondo cuneo. *Totale 28/03/2003*

Esercizio 11

Un cilindro, di massa m , raggio r e momento di inerzia $I = \xi/1000 mr^2$, inizialmente in quiete, rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di 30° , con l'asse disposto parallelamente alle isoipse, in assenza di attrito volvente. Calcolarne l'accelerazione. Calcolare inoltre la velocità acquistata dal cilindro dopo che esso è disceso di un dislivello $h = 10 m$ rispetto alla posizione iniziale. *Totale 19/09/2003*

Esercizio 12

Un punto materiale di massa $2m$ si muove con velocità $\hat{v}10im/s$ avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente nel punto A (vedi figura) una sbarra rigida omogenea di massa m e lunghezza $a = 1 m$, incernierata allo stesso piano verticale nel punto O. La distanza OA (vedi figura) pari ad $a\sqrt{\xi/1000}$. Determinare la velocità del punto materiale e la velocità angolare della sbarra dopo l'urto. *Totale 19/09/2003*

Esercizio 13

Sia dato un campo di forze unidimensionale la cui energia potenziale è della forma $V(x) = kx \exp(-\alpha x^2)$ con $k = 1 J/m$ ed $\alpha = 2 m^{-2}$. Calcolarne i punti di equilibrio e dire se sono stabili o instabili. Ad un certo istante una coppia di particelle puntiformi di massa $m = 2\xi \cdot 10^{-5} kg$ vengono immerse in questo campo di forze. La prima è posta ad $x = -\infty m$ con una velocità v_0 diretta verso le x crescenti, la seconda in quiete nel punto di equilibrio stabile del campo. Sapendo che, ad un certo istante, le due particelle si urtano in modo istantaneo e perfettamente anelastico calcolare quanto deve valere, al minimo, v_0 affinché, dopo l'urto, le particelle riescano ad arrivare ad $x = +\infty m$. (Trovare una condizione tipo $v_0 > v_m$) *Totale 15/12/2003*

Esercizio 14

Una ruota di massa $m = 5 kg$ e raggio $R = 0.5 m$ rotola senza strisciare su un piano orizzontale. Il suo centro di massa si muove con velocità pari a $v_0 = 1 m/s$. Ad un certo istante incontra un piano inclinato di $\theta = 30^\circ$ rispetto a terra. Calcolare quanto spazio percorre in salita prima di invertire il moto.

Esercizio 15

Una particella di massa $m = 0.1 kg$ viene sparata da terra con un angolo di lancio di $\theta = 60^\circ$ e una velocità in modulo pari a $v_0 = 5 m/s$. Nel punto più alto della traiettoria essa esplode, dividendosi in due particelle uguali. Sapendo che la particella m_1 , immediatamente dopo l'urto viaggia con una velocità pari a $\vec{v}_1 = 2\hat{j} m/s$ calcolare con quale velocità tocca terra la particella m_2 .

Esercizio 16

Un campo di forze conservativo unidimensionale ha un'energia potenziale uguale a $V(x) = Ax^2$ con $A = 8 J/m^2$. In questo campo di forze vengono immerse due particelle di massa $m_1 = 0.1 kg$ e $m_2 = 0.2 kg$ rispettivamente nei punti $x_1 = 5 m$ e $x_2 = 0 m$. Sapendo che inizialmente le particelle sono a riposo, ed immaginando che ad un certo istante si urtino in modo totalmente

elastico, calcolare la massima distanza che riesce a raggiungere m_2 dall'origine prima di un secondo, eventuale urto con m_1 .

Esercizio 17

Una sbarra di lunghezza $l = 1\text{ m}$ e massa $M = 0.5\text{ kg}$ é vincolata in modo tale da poter ruotare solo attorno al suo centro di massa. Inizialmente essa é in quiete. Ad un certo istante essa viene urtata perpendicolarmente in uno dei suoi estremi da un proiettile di massa $m = 0.1\text{ kg}$ e velocità $v = 2\text{ m/s}$ che si conficca nella sbarra. A quale velocità angolare ruota tutto il sistema dopo l'urto?

Esercizio 18

Calcolare il momento di inerzia di una sbarra di lunghezza $l = 2\text{ m}$ e $m = 0.5\text{ kg}$ vincolata a muoversi attorno ad un asse perpendicolare alla stessa, fissato ad uno dei suoi due estremi. Calcolare, inoltre, il rapporto fra tale momento di inerzia e quello della stessa sbarra fissato l'asse di rotazione parallelamente al precedente e passante per il suo centro di massa.

Esercizio 19

Una sbarretta uniforme di lunghezza $l = 0.5\text{ m}$ e di massa $m = 0.2\text{ kg}$ é appoggiata ad un piano orizzontale ed é vincolata nel suo centro di massa ad un asse di rotazione perpendicolare al piano stesso. Ad un certo istante la sbarra ruota attorno a tale asse con velocità angolare pari a $\omega_0 = 0.8\text{ rad/s}$. Sapendo che la rotazione é frenata da una forza di attrito dinamico ($\lambda = 0.1$) calcolare come varia il momento angolare totale del sistema in funzione del tempo. Quanto impiega a fermarsi la sbarretta?

Esercizio 20

Un punto materiale $M = 0.1\text{ kg}$ é appeso al soffitto ad un'altezza h da terra tramite una molla allungata di $\Delta y = 10\text{ cm}$ rispetto alla lunghezza a riposo l_0 . Inizialmente il punto é fermo. Ad un certo istante viene urtato, in modo totalmente anelastico ed in senso longitudinale rispetto alla direzione in cui agisce la molla, da una particella di massa $m = 10\text{ g}$ lanciata da terra con velocità v_0 . Calcolare la frequenza di oscillazione del sistema dopo l'urto. Parziale Feb-2003(S: $\nu = 1.502\text{ Hz}$)

Esercizio 21

Il potenziale di un campo di forze unidimensionale é $V(x) = Ax^4 - Bx^2$ per $x \leq 0\text{ m}$ e $V(x) = 0\text{ J}$ per $x > 0\text{ m}$ con $A = 1\text{ J/m}^4$ e $B = 9\text{ J/m}^2$. In questo campo di forze vengono sistemate con velocità nulla due particelle; la prima, $m_1 = 0.1\text{ kg}$, é collocata nel punto $x_1 = -10\text{ m}$, la seconda, $m_2 = 0.2\text{ kg}$, é posta in $x_2 = 10\text{ m}$. Dopo un certo periodo le due particelle collidono. Calcolare la velocità di m_2 dopo l'urto nel caso di urto puramente elastico. Parziale Feb-2003(S: $v_2^f = 284.41\text{ m/s}$)

Esercizio 22

Una particella di massa $m = 0.5\text{ kg}$, fissata ad una molla di costante elastica $k = 50\text{ N/m}$, lunghezza a riposo $l = 0.1\text{ m}$ e di massa trascurabile, viene lasciata cadere da una quota di $h = 3\text{ m}$ in modo

che la molla preceda la particella nella discesa verso terra. Giunta a terra la molla si conficca al suolo nel suo estremo libero. Calcolare quanto tempo T trascorre dall'istante in cui viene lasciata cadere la particella al primo istante in cui essa raggiunge l'avvicinamento massimo dal suolo. Parziale Feb-2003(S: $d = 0.2837 m$)

Esercizio 23

Un cilindro omogeneo di massa $M = 10 kg$ e raggio di base $R = 0.1 m$ ruota attorno all'asse di simmetria con velocità angolare $\omega_0 = 6 rad/s$. istantaneamente si libera il cilindro da questo asse di rotazione e lo si fissa ad un altro asse parallelo a quello iniziale ma tangente al cilindro. Calcolare la velocità angolare dopo lo scambio.

Esercizio 24

Un disco omogeneo di massa $M = 4 kg$ e raggio $R = 0.5 m$ ruota ($\omega_0 = 20 rad/s$) attorno ad un asse fisso passante per il suo centro e perpendicolare alla superficie del disco. Tangenzialmente al bordo del disco viene applicata una forza frenante di modulo $F = 4 N$ per un tempo $\Delta t = 3 s$. Trascurando gli attriti, calcolare:

- 1) la velocità angolare finale (R: $8 rad/s$);
- 2) la variazione dell'energia cinetica (R: $-84 J$);
- 3) il numero di giri compiuti nel tempo Δt (R: 6.7)

Esercizio 25

Un proiettile di massa $M = 0.3 kg$ viene lanciato con velocità di modulo $v_0 = 60 m/s$ in una direzione che forma un angolo di $\alpha = 60^\circ$ con quella orizzontale. Al vertice della parabola il proiettile si spacca istantaneamente in due frammenti; uno dei frammenti ha massa $m_1 = 0.1 kg$ e la sua velocità, l'istante successivo alla scoppio, ha modulo $v_1 = 90 m/s$ ed è diretta verticalmente verso il basso. Calcolare:

- 1) la velocità \vec{v}_2 del secondo frammento subito dopo l'urto (R: $45 \hat{i} + 45 \hat{j}$);
- 2) la quota massima raggiunta dal secondo frammento (R: 241 m).

Esercizio 26

Un uomo ($m = 70 kg$) è in piedi al centro di una piattaforma circolare di massa $M = 500 kg$ e raggio $R = 5 m$ che ruota con velocità angolare $\omega_0 = 0.5 rad/s$. Ad un certo istante l'uomo si allontana di $d = 2 m$ dal centro. Calcolare:

- 1) la velocità della piattaforma dopo lo spostamento;
- 2) Il lavoro che l'uomo dovrebbe fare per tornare al centro della piattaforma.

Esercizio 27

Un uomo sta spingendo un masso ($M = 100 \text{ kg}$) con velocità costante ($v_0 = 0.2 \text{ m/s}$) su un piano orizzontale in presenza di attrito dinamico ($\lambda = 1$). Calcolare il lavoro che deve fare per spostarlo per $\Delta t = 10 \text{ s}$.

Esercizio 28

Un uomo cala dalla finestra di casa un peso $m = 20 \text{ kg}$ tramite una corda inestensibile e di massa trascurabile. Sapendo che il corpo scende con la legge oraria $y(t) = y_0 - \frac{1}{2}a_0t^2$ con $a_0 = 3 \text{ m/s}^2$ calcolare il lavoro dell'uomo se il masso viene calato per $h = 5 \text{ m}$.

Esercizio 29

Un astronauta di massa $M = 100 \text{ kg}$ nello spazio deve raggiungere l'astronave che dista $l = 10 \text{ m}$ da lui. In mano ha un frammento di asteroide di $m = 5 \text{ kg}$ e lo lancia ad una velocità di $v_0 = 10 \text{ m/s}$. In quale direzione deve lanciarlo per raggiungere l'astronave? In quanto tempo la può raggiungere?