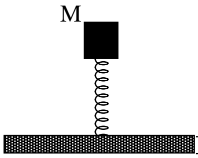
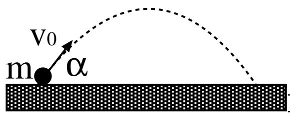
Esercizi di dinamica

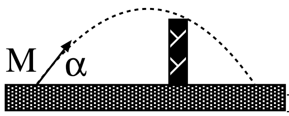
Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2003-2004



F1 ,



F2 ,



F3

Esercizio 1

Un blocco di massa $M = 1.20\,kg$ (figura **F1**) si trova in equilibrio appoggiato su una molla verticale, lineare ($k = 50\,N/m$).

1) Calcolare di quanto è accorciata la molla rispetto alla sua lunghezza a riposo;
2) calcolare di quanto può essere, ulteriormente ed al massimo, compressa la molla affinchè il blocco, lasciato libero, non si stacchi dalla molla;
3) Calcolare la velocità con cui la massa transita per la posizione iniziale e il periodo di oscillazione.

(R: $0.235\,m$, $0.235\,m$, $1.52\,m/s$, $0.973\,s$)

Esercizio 2

Un proiettile di massa $m = 0.6\,kg$ (figura **F2**) è lanciato con velocità iniziale di modulo $v_0 = 40\,m/s$ ed angolo di lancio $\alpha = 60°$ rispetto al suolo; si assuma un sistema di riferimento con origine nel punto di lancio, asse x orizzontale ed asse y verticale; il vettore velocità iniziale sia nel piano xy. Trascurando la resistenza dell'aria calcolare:

1) a quale istante il proiettile tocca il suolo e il vettore quantità di moto a detto istante;
2) le coordinate del proiettile a 2/3 del tempo calcolato nel primo quesito;
3) il vettore momento della quantità di moto, rispetto all'origine, nella posizione calcolata nel secondo quesito.

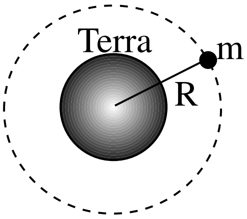
(R: $7.07\,s$, $(12\hat{\imath} - 20.8\hat{\jmath})\,kg \cdot m/s$, $94.3\,m$, $54.4\,m$, $1306\,kg \cdot m^2/s\,\hat{k}$)

Esercizio 3

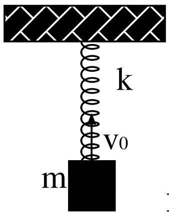
Un oggetto di massa $M = 0.4\,kg$ (figura **F3**) deve essere lanciato al di là di un muro distante $d = 25\,m$ ed alto $h = 15\,m$. Trascurando la resistenza dell'aria calcolare:

1) la minima velocità a cui deve essere lanciato l'oggetto se l'angolo di lancio è $\alpha = 60°$;
2) il modulo del vettore momento della quantità di moto dell'oggetto rispetto al punto di lancio nell'istante in cui supera il muro.

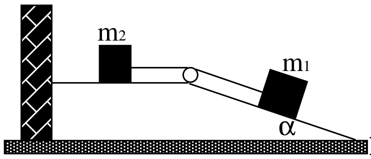
(R: $20.8\,m/s$, $118\,kg \cdot m^2/s$)



F4 ,



F5 ,



F6

Esercizio 4

Una giostra con i cavalli per bambini ruota, a regime, con velocità angolare $\omega = 0.2\,rad/s$. Sapendo che i cavalli pesano $M = 30\,kg$ e distano $r = 5\,m$ dal centro della giostra, e che la struttura è stata concepita per bambini di, al massimo, $m = 25\,kg$, calcolare lo sforzo che i supporti dei cavalli devono essere in grado di sostenere perchè la giostra sia sicura.

Esercizio 5

Un satellite artificiale di massa $m = 5 \cdot 10^4\,kg$ (figura **F4**) è in orbita circolare attorno alla Terra ad una distanza dal suo centro pari a $R = 8 \cdot 10^3\,km$. Calcolare la velocità v del satellite sapendo che la massa della terra è approssimativamente uguale ad $M \sim 5.97 \cdot 10^{24}\,kg$. (R: $v = 1.417 \cdot 10^{-4} m/s$)

Esercizio 6

Una particella di massa $m = 0.4\,kg$ è vincolata a muoversi senza attrito lungo l'asse x. Sapendo che è soggetta ad una forza che dipende dalla posizione $F(x) = -2 \cdot a \cdot x - b$ con $a = 0.2\,J/m^2$ e $b = 0.1\,J/m$ calcolare:

1) l'espressione dell'accelerazione in funzione di x ed il punto x_0 in cui essa è nulla;

2) la distanza massima dall'origine se la particella transita per il punto x_0 con la velocità $v_0 = 1.5\,m/s$;

3) il tempo impiegato per passare dal punto x_0 a tale distanza massima.

Esercizio 7

Una particella di massa $m = 0.2\,kg$ può muoversi nel piano xy soggetta ad un campo di forze $\vec{F}(x, y) = 2 \cdot a(x_0 - x)\hat{i} + 2 \cdot a(y_0 - y)\hat{j}$ con $a = 10\,J/m^2$, $x_0 = 0.5\,m$, $y_0 = 1\,m$. Calcolare:

1) le coordinate del piano in cui la forza si annulla;

2) se la particella è lanciata a $t = 0$ dall'origine del sistema di riferimento con velocità $\vec{v}_0 = 1\hat{i}\,m/s$ determinare la legge oraria del vettore posizione $\vec{r}(t)$ e calcolare dopo quanto tempo ripassa per l'origine.

Esercizio 8

Una molla di costante elastica $k = 10\,N/m$ (figura **F5**) è appesa verticalmente e sostiene una massa $M = 0.5\,kg$. Il sistema è in equilibrio. Ad un certo istante viene impartita una velocità $v_0 = 1.1\,m/s$ verso l'alto. Determinare:

1) la funzione $z = z(t)$ che descrive il moto della massa essendo $z(0) = 0\,m$;

2) il periodo di oscillazione.

(R: $z(t) = v_0\sqrt{M/k}\cos(\sqrt{k/m}t)$, $T = 2\pi\sqrt{m/k}$)

Esercizio 9

Un punto materiale $m = 0.5\,kg$, inizialmente in quiete, scivola su un piano inclinato di $\theta = 15°$. L'effetto dell'attrito del piano è schematizzato con una forza resistente proporzionale alla velocità (costante di proporzionalità $k = 0.25\,N \cdot (m/s)^{-1}$). Calcolare:

1) la velocità del blocco in funzione del tempo;

2) il tempo necessario affinchè il corpo raggiunga una velocità pari ai 95/100 della velocità limite.

Esercizio 10

Due pianeti di massa uguale orbitano attorno ad una stella di massa molto più grande. Il pianeta m_1 si muove su di un'orbita circolare di raggio $r_1 = 10^8\,km$ ed ha un periodo $T_1 = 2anni$. Il pianeta m_2 si muove su un'orbita ellittica con una distanza di massimo avvicinamento pari a $r_{min} = 1.2 \cdot 10^8\,km$ ed una di massimo allontanamento pari a $r_{max} = 1.8 \cdot 10^8\,km$. Calcolare:

1) la massa M della stella centrale;

2) il periodo T_2 di m_2.

(R: $M = (2\pi/T_1)^2\,r_1^3/\gamma$, $T_2 = (r_{min} + r_{max})^{3/2}/(2r_1)^{3/2}T_1$)

Esercizio 11

Un blocco è vincolato da un filo inestensibile e di massa trascurabile a percorrere su un piano orizzontale una traiettoria di raggio $R = 1\,m$. L'attrito dinamico con la superficie di appoggio ha coefficiente $\mu = 0.2$. All'istante iniziale la velocità del blocco (nel S.R. che ha origine nel centro della traiettoria) è $\vec{v}_0 = 8\hat{\imath}\,m/s$. Calcolare:

1) il vettore accelerazione quando il blocco ripassa per la prima volta per il punto di lancio;

2) il numero di giri compiuti dal blocco al momento in cui si arresta.

(R:$(-39.4\hat{\imath} - 1.96\hat{\jmath})m/s^2$, 2.6)

Esercizio 12

Una massa $m = 1.8\,Kg$, attaccata ad una molla ($k = 75\,N/m$), è spostata dalla posizione di equilibrio di $\Delta x = 0.35\,m$ e lasciata quindi libera con velocità iniziale nulla. Calcolare:

1) la massima velocità raggiunta dalla massa nel suo moto;

2) la frequenza di oscillazione;

3) il tempo necessario a percorrere il primo tratto di $d = 0.25\,m$.

(R: $2.26\,m/s$, $1.03\,Hz$, $0.199\,s$)

Esercizio 13

Un corpo di dimensioni trascurabili e massa $m = 2\,kg$ è appoggiato ad un piano inclinato rispetto a terra di $\theta = 30°$ e lungo $d = 2\,m$. Alle due estremità di tale piano sono fissate due molle ciascuna di lunghezza a riposo pari a $l = 1\,m$. Le due molle sono pure fissate al corpo alla loro estremità libera. Sia $k_1 = 20\,N/m$ la costante elastica della molla fissata a terra e sia $k_2 = 30\,N/m$ la costante elastica della molla fissata in cima al piano inclinato. Sapendo che il corpo è lasciato libero di muoversi ad un certo istante nel punto centrale del piano calcolare la dipendenza della proiezione del suo moto sul terreno dal tempo.

Esercizio 14

Calcolare, in prima approssimazione, la massa della terra sapendo che bisogna percorrere $40 \cdot 10^3\,km$ per compiere un giro della stessa.

Esercizio 15

Due corpi (figura **F6**) sono uniti da un cavo inestensibile e di massa trascurabile. Il corpo $m_1 = 5\,kg$ giace su di un piano inclinato di $\alpha = 45°$ rispetto a terra, il corpo $m_2 = 2\,kg$ giace su un piano orizzontale che inizia al termine del piano inclinato (e non è il piano di terra). Calcolare il tempo necessario ΔT perchè il sistema si sposti di $d = 5\,m$, immaginando che la configuarzione sia tale che le forze in gioca non cambino durante questo spostamento e che il sistema sia in quiete a $t = 0$. (R: $\Delta T = 1.004\,s$)

Esercizio 16

Un corpo si muove di moto uniformemente accelerato su una circonferenza a causa di un cavo inestensibile, di massa trascurabile che vincola al centro di rotazione. Sapendo che il carico che il cavo è in grado di sopportare è $T = 20\,N$ calcolare quanto tempo trascorre dalla partenza del corpo all'istante della rottura.

Esercizio 17

Un corpo viene lanciato da terra con velocità in modulo pari $v_0 = 10\,m/s$; calcolare, senza trascurare l'attrito dell'aria (forza resistente proporzionale alla velocità con costante $k = 0.5\,N \cdot m/s$) l'angolo α di lancio per cui è massima la gittata.

Esercizi d'esame

Esercizio 1

Calcolare il periodo T di rivoluzione attorno alla Terra di un satellite artificiale che si muove su di un'orbita circolare a una quota (rispetto alla superficie terrestre) pari a metà della quota dell'orbita geostazionaria (orbita sulla quale un satellite si trova in quiete rispetto alla superficie terrestre).

Soluzione

Sull'orbita geostazionaria il satellite per definizione impiegherebbe 1 giorno per compiere una rivoluzione completa. Quindi la sua velocità angolare sarebbe $\omega_{GS} = 2\pi/T_D$ con $T_D = 1$ giorno. Eguaglio, al solito accelerazione centripeta alla forza di attrazione per ottenere:

$$m\omega_{GS}^2 R_{GS} = \gamma \frac{mM}{R_{GS}^2}$$

da cui

$$R_{GS}^3 = \frac{\gamma M}{\omega_{GS}^2}$$

in cui R_{GS} è il raggio dell'orbita geostazionaria ed M è la massa della terra. Il nostro satellite si trova ad $R = R_{GS}/2$. Eguaglio ancora accelerazione centripeta e forza di attrazione gravitazionale sull'orbita di raggio R:

$$m\omega^2 R = \gamma \frac{mM}{R^2}$$

in cui ω è da calcolare risolvendo appunto questa equazione (R è noto!). Dalla definizione di $\omega = 2\pi/T$ si calcola facilmente

$$T = 1/\sqrt{8} \text{ giorni.}$$

(*Totale 28/03/2003*; R: $1/\sqrt{8}$ giorni)