Esercizi Lavoro ed Energia

Esercitazioni di Fisica LA per ingegneri - A.A. 2007-2008

Esercizio 1

Un uomo spinge una massa ($M = 100\,kg$) con velocitá costante ($v_0 = 0.2\,m/s$) su un piano orizzontale in presenza di attrito dinamico ($\lambda = 1$). Calcolare il lavoro che deve fare per spostarlo per $\Delta t = 10\,s$.

Esercizio 2

Un uomo cala dalla finestra di casa un peso $m = 20\,kg$ tramite una corda inestensibile e di massa trascurabile. Sapendo che il corpo scende con la legge oraria $y(t) = y_0 - \frac{1}{2}a_0 t^2$ con $a_0 = 3\,m/s^2$ calcolare il lavoro dell'uomo se il masso viene calato per $h = 5\,m$.

Esercizio 3

Due sferette di massa $m = 1\,kg$ sono vincolate ad una sbarretta di massa $M = 0.5\,kg$ ruotante con velocità angolare $\omega_0 = 1\,rad/s$ e lunga $L = 0.5\,m$. Le sferette sono tenute da un cavo inestensibile e di massa trascurabile a distanza $d_0 = 0.1\,m$ e sono disposte simmetricamente rispetto al centro di rotazione. Ad un certo istante il cavo viene tagliato e le sbarrette incominciano a muoversi. Calcolare con che velocità si muovono quando si liberano dal vincolo della sbarretta.

Esercizio 4

Una pallina di gomma ($m = 0.01\,kg$) viene lanciata verticalmente verso terra dall'altezza di $h_0 = 1\,m$. Calcolare a quale velocità, al minimo, deve essere lanciata affinchè, nel caso di urto completamente elastico fra la terra e la pallina, la pallina risalendo, raggiunga la quota di $h = 5\,m$.

Esercizio 5

Data l'energia potenziale di un campo di forza unidimensionale $V(x) = cx^4 - dx^2$ con $c = 1\,J/m^4$ e $d = 4\,J/m^2$ calcolare il campo di forze in funzione di x. Se lancio una particella di massa $m = 0.1\,kg$ con velocità $v_0 = 1\,m/s$ dal punto $x_0 = 0\,m$, a quale distanza si riesce ad allontanare, al massimo dal punto di lancio?

Esercizio 6

L'energia potenziale di un campo di forza unidimensionale è $V(x) = \frac{x-a}{x+a}\,J$, con $a = 1\,m$, per $x \geq 0\,m$ e $V(x) = -1\,J$ per $x < 0\,m$. Calcolare quale velocità, al minimo, deve avere un particella di massa $m = 0.05\,kg$ lanciata verso destra da $x_0 = -10\,m$ per allontanarsi all'infinito nella regione $x \geq 0\,m$. Cosa succede se la velocità è minore? E se è maggiore?

Esercizio 7

Dato il campo di forze $F(x) = (-a\,x^2 + 1)\,N$, con $a = 12\,m^{-2}$, determinare a quale velocità deve essere lanciata da $x_0 = -1/2\,m$ una particella di massa $m = 0.01\,kg$ per arrivare nel semipiano delle x positive.

Esercizio 8

Un campo di forze conservative ha per energia potenziale la funzione $U(x) = A/B - A/(B^2 + x^2)^{1/2}$ con A e B costanti positive e $-\infty < x < \infty$. Calcolare: le dimensioni delle costanti A e B, il punto di equilibrio (verificare che è stabile), la minima velocità che deve possedere il corpo lanciato dal punto di equilibrio per raggiungere l'infinito.

(*Ris:* $0\,m$, $(2A/mB)^{1/2}$)

Esercizio 9

Un disco ed un anello rotolano senza strisciare lungo un piano inclinato. Determinare il rapporto fra le rispettive quote di partenza affinchè giungano alla fine del piano con la stessa velocità.

(*Ris:* $h_D/h_A = 3/4$)

Esercizio 10

Una pallina di massa $m = 30\,g$ è lanciata verso l'alto con velocità iniziale $v_0 = 15\,m/s$. Sapendo che raggiunge quota $h = 7.5\,m$ calcolare l'energia dissipata per effetto dell'attrito dell'aria. Modellando l'attrito con una forza resistente di modulo costante, determinarne il modulo F_A.

(*Ris:* $\Delta E = -1.17\,J$, $F_A = 0.156\,N$)

Esercizio 11

Calcolare quale lavoro si compie per trascinare un oggetto di peso $P = 40\,N$ per una distanza $l = 10\,m$ con velocità costante sapendo che il coefficiente di attrito cinetico vale $\mu = 0.2$.

(*Ris:* $L = 80\,J$)

Esercizio 12

Un sistema è costituito da due masse uguali $m_1 = m$ ed $m_2 = m$ che possono scorrere senza attrito su due guide tra di loro ortogonali (rispettivamente una parallela e una ortogonale a terra). Le due masse sono fissate ad una sbarra di lunghezza l, anch'essa di massa m. All'istante iniziale la sbarra forma un angolo θ_0 con la terra ed il sistema è fermo. Lasciato libero il sistema inizia a muoversi; determinare il modulo della velocità delle due masse quando l'asta raggiunge la verticale.

(*Ris:* $v_1 = 3/2\sqrt{gl(1 - \sin\theta_0)}$, $v_2 = 0\,m/s$)

Esercizio 13

Un uomo ($m = 70\,kg$) é in piedi al centro di una piattaforma circolare di massa $M = 500\,kg$ e raggio $R = 5\,m$ che ruota con velocitá angolare $\omega_0 = 0.5\,rad/s$. Ad un certo istante l'uomo si allontana di $d = 2\,m$ dal centro. Calcolare: la velocitá angolare della piattaforma dopo lo spostamento ω_f e il lavoro L che l'uomo dovrebbe fare per tornare al centro della piattaforma.

(*Ris:* $\omega_f = 0.479\,rad/s,\ L = 33.50\,J$)

Esercizio 14

Si consideri un piano orizzontale sollevato rispetto al suolo unito con continuità ad un piano inclinato di $\alpha = 30°$ rispetto a terra (si immagini che i due piani con la verticale ed il suolo formino un trapezio rettangolo con la base maggiore appoggiata a terra). Sul piano orizzontale è appoggiata una massa $m_1 = m$ mentre su quello inclinato stà una massa $m_2 = 2m_1$. Le due masse sono unite da un cavo inestensibile e di massa trascurabile che si appoggia ad una carrucola nel vertice di contatto dei due piani che stiamo considerando. La carrucola ha massa pari a $M = 2m$ ed è libera di ruotare intorno al suo centro di massa. Se il cavo rotola senza strisciare sulla carrucola, trascurando tutti gli attriti di contatto fra i piani m_1 ed m_2 determinare il modulo dell'accelerazione del sistema.

(*Ris:* $a = g/4$)

Esercizio 15

Due paricelle di massa $m_1 = m$ e $m_2 = 2m$ ($m = 0.1\,kg$) vincolate ad una retta si urtano. Sapendo che prima dell'urto la particella 1 si muove con velocità $v_0 = 5\,m/s$ e la particella 2 è ferma, calcolare la velocità delle particelle dopo l'urto nel caso di urto elastico e nel caso che nell'urto venga dissipata un'energia pari a $\Delta E = 0.01\,J$.

Esercizio 16

Due particelle rispettivamente di massa $m_1 = 0.2\,kg$ e $m_2 = 1\,kg$, vincolate ad una rotaia rettilinea parallela a terra, si muovono all'istante $t = 0$ con velocità rispettivamente di $v_1 = 2\,m/s$ e $v_2 = 1\,m/s$. Ad un certo istante collidono; sapendo che la particella m_1, dopo l'urto ha una velocità pari a $\bar{v}_1 = 1\,m/s$ calcolare la velocità di m_2 dopo l'urto. Scrivere, inoltre, l'equazione del moto del centro di massa del sistema.

Esercizio 17

Due punti materiali di massa rispettivamente $m_1 = 0.1\,kg$ e $m_2 = 0.3\,kg$ a $t = 0\,s$ distano $d_0 = 5\,m$. Dopo $\Delta t = 10\,s$ collidono. L'urto è tale che le due masse si uniscono formando un'unica particella che si muove con velocità $v_f = 2\,m/s$. Quali sono le velocità iniziali dei due punti materiali?

Esercizio 18

Una particella puntiforme di massa $m_1 = 0.15\,kg$ che si muove con velocità $u = 7.2\,m/s$ su un piano orizzontale liscio, urta un'altra particella inizialmente in quiete. Dopo l'urto i due corpi si muovono sul piano; la particella m_1 con modulo della velocità $v_1 = 4.5\,m/s$ ed angolo $\theta_1 = 60°$ rispetto alla linea iniziale di volo, la seconda particella con modulo della velocità $v_2 = 1\,m/s$. Calcolare:

1) l'angolo di diffusione del corpo urtato e la sua massa;

2) la variazione di energia cinetica tra stato iniziale e stato finale.

Esercizio 19

Un sistema composto da due sfere, entrambe di massa $M = 0.1\,kg$ collegate tra loro da una molla con costante elastica $k = 2\,N/m$ e lunghezza $L = 0.5\,m$, è inizialmente in quiete. Una delle due sfere è urtata centralmente ed elasticamente da una terza sfera anch'essa di massa M che si muove con velocità $v = 1.8\,m/s$ lungo la retta congiungente i centri delle due sfere. Calcolare: la velocità del centro di massa del sistema delle due sfere dopo l'urto, il periodo di oscillazione, le distanze minima e massima fra e due sfere.

Esercizio 20

Un campo di forze conservativo unidimensionale è descritto dalla seguente energia potenziale:

$$\begin{array}{lll} U(x) = 0.5 \cdot k \cdot x^2 & per & |x| \leq A \\ U(x) = 0.5 \cdot k \cdot A^2 & per & |x| > A \end{array}$$

con $k = 6\,N/m$ e $A = 0.65\,m$. Nel punto $x = 0$ si trova, in quiete, una particella puntiforme di massa $m_2 = 0.2\,kg$. Un'altra particella puntiforme di massa $m_1 = 0.1\,kg$, inizialmente in moto a grande distanza dall'origine, con velocità $v_0 = 3.5\,m/s$, entra nella regione in cui il campo di forze è attivo e collide con la particella ferma in $x = 0$. Calcolare, nell'ipotesi di urto elastico di durata trascurabile:

1) le velocità delle due particelle subito dopo la collisione;

2) l'intervallo di tempo che trascorre dall'urto al momento in cui m_2 raggiunge il punto $x = 1.5\,m$.

(*R:* $-2.04\,m/s$, $4.09\,m/s$, $0.62\,s$)

Esercizi d'esame

Esercizio 1

Un campo di forze unidimensionale ha un'energia potenziale nulla ovunque tranne che nell'intervallo $-\sqrt{b/a} < x < \sqrt{b/a}$ in cui è descritta dalla funzione $V(x) = -ax^2 + b$ con $a = 1\,J\,m^{-2}$ e $b = (\xi/100 + 1)\,J$. In questo campo di forze sono immerse due particelle di masse rispettivamente $m_1 = 1\,kg$ ed $m_2 = 2\,m_1$. La particella m_1 è collocata ad $x_1 = -2\sqrt{b/a}$ con velocità $v_1 = 2\sqrt{b/m_1}$, la particella m_2 è ferma in $x_2 = 0\,m$. Ad un certo istante le particelle collidono in modo totalmente anelastico. Calcolare la velocità del sistema immediatamente dopo l'urto (v_i) e nell'istante in cui esso transita per il punto $x = 2\sqrt{b/a}$ (v_f).

(*Totale Forlì 02/04/2004 - Ris:* $v_i = \sqrt{2(\xi/100+1)/9}\,m/s$, $v_f = \sqrt{8(\xi/100+1)/9}\,m/s$)

Esercizio 2

Una sbarra orizzontale, sottile ed omogenea, di lunghezza $L = 2\,\xi \cdot 10^{-3}\,m$ e massa $M = \xi \cdot 10^{-3}\,kg$ é libera di ruotare, senza attrito, attorno ad un asse verticale, passante per il suo centro. Sulla sbarra sono infilate, dalle due parti opposte, due sferette di dimensioni trascurabili, ciascuna di massa $m = \xi/4 \cdot 10^{-3}\,kg$. Inizialmente il sistema ruota con velocitá angolare $\omega_0 = \sqrt{\xi}/8\,rad/s$ e le sferette sono trattenute da un filo a distanza $d = \xi/5 \cdot 10^{-3}\,m$ dal centro della sbarra. Ad un certo istante il filo é tagliato cosí che le sferette sono libere di scorrere senza attrito lungo la sbarra. Calcolare le componente normale (rispetto alla sbarra) della velocitá delle sferette nell'istante in cui arrivano alle estremitá della sbarra.

(*Totale Forlì 01/07/2003*)

Esercizio 3

Un punto materiale soggetto alla forza posizionale $\vec{F} = -cy\hat{\imath} + cx\hat{\jmath} + cz\hat{k}$, dove $c = \xi/10\,N/m$. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza quando il punto materiale compie un giro completo sulla circonferenza C di raggio $r = \xi/100\,m$, giacente sul piano xy con centro nell'origine: $C\{P \in \mathcal{R}^3; x = r\cos\phi, y = r\sin\phi, z = 0, \phi \in [0, 2\pi[\}$.

(*Totale Forlì 19/06/2003*)

Esercizio 4

Sia dato il campo di forza: $\vec{F}(x, y, z) = 2\alpha(xy^2\hat{\imath} + x^2y\hat{\jmath} + 2z^3\hat{k})$, definito in $\mathcal{R}^3$. Verificare se esso è conservativo ed eventualmente determinarne il potenziale.

(*Totale Forlì 28/03/2003*)

Esercizio 5

Un cilindro, di massa m, raggio r e momento di inerzia $I = \xi/1000\,mr^2$, inizialmente in quiete, rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di 30°, con l'asse disposto parallelamente all'isoipse, in assenza di attrito volvente. Calcolarne l'accelerazione. Calcolare inoltre la velocità acquistata dal cilindro dopo che esso è disceso di un dislivello $h = 10\,m$ rispetto alla posizione iniziale.

(*Totale Forlì 19/09/2003*)

Esercizio 6

Un punto materiale di massa $2m$ si muove con velocità $\vec{v} = 10\,\hat{\imath}\,m/s$ avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente ed istantaneamente nel punto A una sbarra rigida omogenea di massa m e lunghezza $a = 1\,m$, incernierata allo stesso piano verticale nel punto O. La distanza OA pari ad $a = \sqrt{\xi/1000}$. Determinare la velocità del punto materiale e la velocità angolare della sbarra dopo l'urto.

(*Totale Forlì 19/09/2003*)

Esercizio 7

Una particella di massa $m = 0.5\,kg$, fissata ad una molla di costante elastica $k = 50\,N/m$, lunghezza a riposo $l = 0.1\,m$ e di massa trascurabile, viene lasciata cadere da una quota di $h = 3\,m$ in modo che la molla preceda la particella nella discesa verso terra. Giunta a terra la molla si conficca al suolo nel suo estremo libero. Calcolare la distanza minima da terra d raggiunta dalla particella.

(*Parziale Feb. 2003 - Ris:* $d = 0.2837\,m$)

Esercizio 8

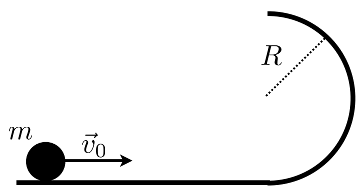
Sia dato il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = \alpha(2xy + z^2)\hat{\imath} + \alpha(2yz + x^2)\hat{\jmath} + \alpha(2xz + y^2)\hat{k}$ verificare se è conservativo e calcolare eventualmente l'espressione dell'energia potenziale.

(*Bologna 26/06/2006 - C2*)

Esercizio 9

La posizione iniziale di un pendolo di lunghezza l e massa m forma un angolo α con la verticale. Determinare l'angolo α in modo che la tensione del filo nel punto più basso della traiettoria sia uguale al doppio della forza peso agente sulla massa.

(*Bologna 19/07/2005 - C2*)



,**F1**

Esercizio 10

Un punto materiale di massa m viene lanciato lungo un profilo rigido e liscio mostrato in figura **F1** con una velocià iniziale di modulo v_0. Determinare in quale punto del profilo si annulla la reazione vincolare.

(*Bologna 19/07/2005 - C2*)

Esercizio 11

Sia dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha yz\hat{\imath} + \alpha xz\hat{\jmath} + \alpha xy\hat{k}$. verificare se è conservativo e calcolarne eventualmente l'espressione dell'energia potenziale.

(*Bologna 26/06/2006 - C2*)

Esercizio 12

Scrivere le equazioni cartesiane del moto di un punto materiale di massa m posto in un campo di forze che ha per energia potenziale $V(x,y,z) = \alpha z^2$, sapendo che all'istante $t = 0\,s$ il punto si trova in $(0,0,z_0)$ con velocità $\vec{v}_0 = v_0\hat{\imath}$.

(*Bologna 28/06/2005 - C2*)

Esercizio 13

Un carro di massa totale M, dotato di 4 ruote, ciascuna assimilabile ad un disco omogeneo di massa m e raggio R, è lanciato ad una velocità v_0 su una strada asfaltata orizzontale. Il carro si ferma dopo aver percorso un tratto di strada lungo s. Calcolare l'espressione del lavoro complessivo L_A compiuto dalle forze d'attrito che hanno determinato l'arresto del carro.

(*Bologna 11/04/2006 - C1*)

Esercizio 14

Sia dato un campo di forze unidimensionale la cui energia potenziale é della forma $V(x) = kx\exp\left(-\alpha x^2\right)$ con $k = 1\,J/m$ ed $\alpha = 2\,m^{-2}$. Calcolarne i punti di equilibrio e dire se sono stabili o instabili. Ad un certo istante una coppia di particelle puntiformi di massa $m = 2\xi \cdot 10^{-5}\,kg$ vengono immerse in questo campo di forze. La prima é posta ad $x = -\infty\,m$ con una velocitá v_0 diretta verso le x crescenti, la seconda in quiete nel punto di equilibrio stabile del campo. Sapendo che, ad un certo istante, le due particelle si urtano in modo istantaneo e perfettamente anelastico calcolare quanto deve valere, al minimo, v_0 affinché, dopo l'urto, le particelle riescano ad arrivare ad $x = +\infty\,m$. (Trovare una condizione tipo $v_0 > v_m$)

(*Totale Forlì 15/12/2003*)

Esercizio 15

Un campo di forze conservativo unidimensionale ha un'energia potenziale uguale a $V(x) = Ax^2$ con $A = 8\,J/m^2$. In questo campo di forze vengono immerse due particelle di massa $m_1 = 0.1\,kg$ e $m_2 = 0.2\,kg$ rispettivamente nei punti $x_1 = 5\,m$ e $x_2 = 0\,m$. Sapendo che inizialmente le particelle sono a riposo, ed immaginando che ad un certo istante si urtino in modo totalmente elastico, calcolare la massima distanza che riesce a raggiungere m_2 dall'origine prima di un secondo, eventuale urto con m_1.

Esercizio 16

Il potenziale di un campo di forze unidimensionale é $V(x) = Ax^4 - Bx^2$ per $x \leq 0\,m$ e $V(x) = 0\,J$ per $x > 0\,m$ con $A = 1\,J/m^4$ e $B = 9\,J/m^2$. In questo campo di forze vengono sistemate con velocitá nulla due particelle; la prima, $m_1 = 0.1\,kg$, é collocata nel punto $x_1 = -10\,m$, la seconda, $m_2 = 0.2\,kg$, é posta in $x_2 = 10\,m$. Dopo un certo periodo le due particelle collidono. Calcolare la velocitá di m_2 dopo l'urto nel caso di urto puramente elastico.

(*Parziale Feb. 2003 - Ris:* $v_2^f = 284.41\,m/s$)

Esercizio 17

Un punto materiale di massa $2m$ si muove con velocità $\vec{v} = 10\hat{\imath}\,m/s$ avente direzione orizzontale e giacente su di un piano verticale. Il punto materiale urta elasticamente e istantaneamente una sbarra rigida omogenea di massa m e lunghezza $a = 1\,m$ incernierata allo stesso piano verticale nel punto O. La distanza OA è pari $a\sqrt{\xi/1000}$. Determinare la velocità del punto materiale e la velocità angolare della sbarra dopo l'urto.

(*Totale Forlì 19/09/2003*)

Esercizio 18

Un campo di forze unidimensionale ha un energia potenziale descritta dalla funzione $V(x) = V_0 e^{kx}$ con $k = 1\,m^{-1}$ e $V_0 = 1\,J$ per $x < 0\,m$, e dalla funzione $V(x) = 1\,J$ per $x \geq 0\,m$. In questo campo di forze sono immerse due particelle di masse rispettivamente $m_1 = 4\,kg$ ed $m_2 = [(\xi + 1)/1000]\ m_1$. La particella m_1 è collocata ad $x_1 = -\infty\,m$ con velocità $v_0 = \sqrt{\xi + 1}\,m/s$, la particella m_2 è ferma in $x_2 = 10\,m$. Ad un certo istante le particelle collidono in modo totalmente anelastico. Calcolare la velocità v_f del sistema dopo l'urto.

(*Parziale Forlì 02/03/2004 - Ris:* $v_f = 1000\sqrt{\xi + 1/2}/(1001 + \xi)\,m/s$)

Esercizio 19

Una particella di massa $m = 0.1\,kg$ e di dimensioni trascurabili viene lanciata da terra verso l'alto con una velocità iniziale pari, in modulo, a $v_0 = (\xi + 10)/10\,m/s$ e diretta ortogonalmente a terra. Nel punto più alto della traiettoria la particella si spezza in due frammenti m_1 ed $m_2 = 3\,m_1$. La velocità con cui viene prodotto il frammento m_1 è pari, in modulo, a $v_1 = \sqrt{\xi/1000}\,m/s$ ed è diretta parallelamente a terra. Trascurando tutte le forze di attrito, calcolare il modulo della velocitá del frammento m_2 quando, dopo la discesa, tocca terra.

(*Parziale Forlì 02/03/2004 - Ris:* $v_{m2} = \sqrt{\xi/9000 + (\xi + 10)^2/100}\,m/s$)