

Forze magnetiche

Gli oggetti che risentono della presenza di un campo magnetico sono le cariche in moto, sai che si muovano da sole (cariche libere), sia che si muovano all'interno di un filo (fili percorsi da corrente). Nel primo caso, la carica sarà soggetta alla forza di Lorentz:

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

che, essendo per definizione perpendicolare a \vec{v} , farà sì che la carica segua una traiettoria circolare (o al più elicoidale), le cui caratteristiche sono descritte nei libri di testo.

Nel secondo caso, ogni segmento del filo subirà una forza

$$d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

Nel caso particolare in cui il filo percorso da corrente sia rettilineo ed immerso in un campo uniforme, integrando la relazione precedente si ottiene

$$\vec{F} = i\vec{L} \wedge \vec{B}$$

dove \vec{L} è un vettore di modulo pari alla lunghezza del filo e diretto come la corrente ce scorre in esso. Come già in molti altri casi, l'importante è ricordare che si tratta di **vettori**, e quindi somme ed operazioni su di essi vanno eseguite con la dovuta cura.

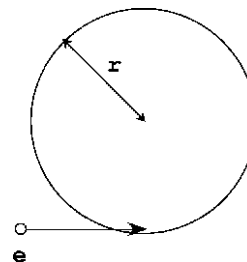
Esercizi preliminari

1. Esercizi che richiedano di eseguire prodotti vettoriali (GEOMETRIA, FISICA 1)
2. Esercizi che comportino il calcolo di forze, accelerazioni, traiettorie (FISICA 1)

Esempi tratti da esercizi di esame

Esame 11/2/2004

Un elettrone ($m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg, $q_e = -1.6 \times 10^{-19}$ C) viene lanciato con una velocità $v_0 = 2.2 \times 10^7$ m/s all'interno di un solenoide (nella figura, l'asse del solenoide è perpendicolare al foglio). Dato il numero di spire per unità di lunghezza $n = 100$ spire/m ed il raggio del solenoide $r = 0.1$ m, determinare la minima corrente i_0 che bisogna far scorrere nel solenoide se si vuole che l'elettrone rimanga all'interno del solenoide stesso. Cosa succede se la corrente i nel solenoide è minore di i_0 ?



SOLUZIONE:

Il solenoide produce al suo interno un campo magnetico uniforme $B = \mu_0 i n$, parallelo all'asse del solenoide (e quindi perpendicolare alla velocità iniziale dell'elettrone). In queste condizioni, l'elettrone segue un'orbita circolare di raggio

$$r_e = \left| \frac{m_e v}{q_e B} \right| = \left| \frac{m_e v}{q_e \mu_0 i n} \right|$$

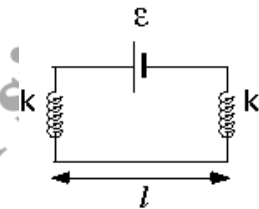
Tale raggio diminuisce quindi all'aumentare di i . Se $r_e < r$, il raggio del solenoide, l'elettrone rimane al suo interno, altrimenti uscirà dal solenoide dopo aver percorso parte della sua orbita al suo interno. Affinchè l'elettrone rimanga all'interno del solenoide deve quindi essere

$$r_e < r \rightarrow \left| \frac{m_e v}{q_e \mu_0 i n} \right| < r \rightarrow i > \left| \frac{m_e v}{q_e \mu_0 r n} \right| = i_0$$

Con i dati del problema si ottiene infine $i_0 = 9.85$ A. Se $i < i_0$, il raggio dell'orbita dell'elettrone è maggiore del raggio del solenoide, e quindi l'elettrone entrerà nel solenoide, percorrerà un arco di cerchio fino a quando rimarrà al suo interno, e poi uscirà da esso, proseguendo da quel momento in poi di moto rettilineo uniforme.

Esame 10/2/2003

Il filo rappresentato in figura, di lunghezza $l = 10\text{cm}$, è sospeso tramite due molle di costante elastica $k = 5\text{N/m}$, ed è alimentato da un generatore ideale di tensione, con una forza elettromotrice ε . Ad un certo istante t_0 viene generato un campo magnetico $B = 2\text{T}$, uniforme e uscente dal piano della figura. Dopo un certo tempo, il filo si ferma ad una quota di un centimetro più bassa rispetto alla quota in assenza di campo. Sapendo che la resistenza del filo vale $R = 10\Omega$ e che le resistenze delle molle sono trascurabili, quanto vale la forza elettromotrice del generatore? Descrivere a parole cosa succede al valore della corrente che scorre nel filo fra l'istante t_0 e l'istante in cui il filo si ferma nella nuova posizione di equilibrio.



SOLUZIONE:

Il circuito è assimilabile ad un circuito "generatore + resistenza", per il quale

$$\varepsilon - iR = 0 \rightarrow \varepsilon = iR$$

Essendo nota R , il problema è quindi trovare il valore di i . Quando $B = 0$ le forze che agiscono sul filo sono la forza peso (mg) e la forza complessiva esercitata dalle due molle ($-2kx$). (si è posto l'asse x diretto verso il basso) Essendo il filo fermo, $a = F/m = 0 \rightarrow F = 0$:

$$F = mg - 2kx_0 = 0 \rightarrow x_0 = mg/2k$$

Quando il campo magnetico viene portato ad un valore non nullo, oltre alle molle ed alla forza peso, il filo subirà anche la forza magnetica $F = ilB$ (la corrente è perpendicolare al campo magnetico). Quando alla fine il filo si ferma di nuovo (e quindi di nuovo $a = 0$)

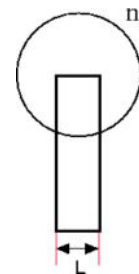
$$F = mg - 2kx_0 + ilB \rightarrow x = \frac{mg + ilB}{2k} = \frac{mg}{2k} + \frac{ilB}{2k} = x_0 + \Delta x$$

da cui

$$\Delta x = \frac{ilB}{2k} = 1\text{cm} \rightarrow i = \frac{2k\Delta x}{lB} = 0.5\text{A}$$

Esame 14/7/2004

Una spira rettangolare di massa $m = 1 \text{ g}$ è parzialmente immersa all'interno di un lungo solenoide con $n_s = 10000$ spire/metro. Supponendo che nella spira circoli una corrente $I_s = 1 \text{ A}$, e che la lunghezza del lato orizzontale della spira sia $L = 10 \text{ cm}$, determinare la corrente che è necessario far scorrere nel solenoide per mantenere sospesa la spira (si consideri il solenoide infinito, e si trascuri il campo magnetico al suo esterno).



SOLUZIONE:

La forza che si esercita su un filo percorso da corrente I_s immerso in un campo magnetico B vale

$$\vec{F} = I_s \vec{L} \wedge \vec{B}$$

nel caso in questione, il campo magnetico prodotto dal solenoide vale $B = \mu_0 i n_s$ (i è la corrente che scorre nel solenoide) ed è diretto lungo l'asse del solenoide. La forza magnetica si annulla quindi lungo i due tratti verticali della spira (le forze sui due tratti sono uguali e opposte) e sul tratto orizzontale inferiore, dove $B = 0$. La forza complessiva esercitata dal campo magnetico sulla spira è pertanto diretta verso l'alto e vale (in modulo)

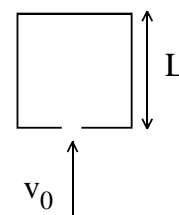
$$F = I_s L (\mu_0 i n_s)$$

Questa forza deve compensare (ed essere quindi uguale ed opposta) alla forza peso $F_p = mg$. Questo potrà essere vero solo se

$$I_s L (\mu_0 i n_s) = mg \rightarrow i = \frac{mg}{I_s L \mu_0 n_s} = 7.8 \text{ A}$$

Esame 18/1/2005

Un fascio di particelle, tutte con velocità $v_0 = 10^4 \text{ m/s}$ viene lanciato in una scatola quadrata di lato $L = 1 \text{ cm}$, attraverso un foro posto a metà di uno dei suoi lati. All'interno della scatola è presente un campo magnetico $B = 20 \text{ mT}$, uscente rispetto al piano della figura. All'interno del fascio sono presenti elettroni ($m_e = 2.9 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $q_e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$), protoni ($m_p = 1.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $q_p = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$) e neutroni ($m_n = 1.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $q_n = 0 \text{ C}$). Determinare in quali punti i tre tipi di particella urtano le pareti della scatola.



SOLUZIONE:

Ciascuna particella, all'interno della scatola, seguirà una traiettoria circolare con raggio di curvatura $r = mv_0/qB$. Usando i dati del problema, le traiettorie dei tre tipi di particella sono rispettivamente:

- Elettroni: vengono deviati verso sinistra ($q_e < 0$) con un raggio di curvatura

$$r_e = \frac{m_e v_0}{q_e B} = 2.84 \times 10^{-6} \text{ m}$$

- Protoni: vengono deviati verso destra ($q_p > 0$) con un raggio di curvatura

$$r_p = \frac{m_p v_0}{q_p B} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

- Neutroni: essendo privi di carica, i neutroni non risentono del campo magnetico e quindi procedono in linea retta all'interno della scatola.

Date le dimensioni della scatola, gli elettroni colpiranno la stessa parete della scatola da cui entrano, sulla sinistra rispetto al foro di entrata e ad una distanza $d = 2r_e$ da esso. I protoni hanno un raggio di curvatura pari a metà del lato della scatola, e quindi colpiranno la parete destra della scatola, al centro della parete medesima. I neutroni, proseguendo in linea rettilinea all'interno della scatola, colpiranno la parete opposta a quella di entrata, al centro di essa.

autore:
dr. S.Sarti - Facoltà di Ingegneria
scaricabile gratuitamente sul sito:
<https://server2.phys.uniroma1.it/doc/sarti>