

Elettrostatica nel vuoto

Esercizio 1.1

Una particella avente carica q e velocità V_0 attraversa, perpendicolarmente alle linee di campo, una regione di lunghezza s in cui è presente un campo elettrico uniforme.

Determinare lo spostamento d della particella, rispetto alla direzione iniziale, su uno schermo posto al di là del campo elettrico, ad una distanza l dalla fine della regione in cui è presente il campo stesso.

Calcolare quindi d nel caso di un elettrone per cui $V_0 = 10^7 \text{ m/s}$, $|E| = 10^3 \text{ V/m}$, $s = 1 \text{ cm}$, $l = 50 \text{ cm}$, $q = -1,610^{-19} \text{ C}$ e $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$.

Esercizio 1.2

Due cariche puntiformi positive uguali sono separate da una distanza $2a$. Sul piano ortogonale alla congiungente le due cariche e passante per il centro C della congiungente stessa determinare il luogo dei punti in cui il campo è massimo.

Esercizio 1.3

Sia dato il campo $\vec{C} = x\hat{i} + y^2\hat{j} + xy\hat{k}$. Determinare il flusso del campo \vec{C} uscente dal cubo di lato l , posto con un vertice nell'origine.

Esercizio 1.4

Calcolare il flusso del campo elettrico $\vec{E} = 1/r\hat{r}$ attraverso una calotta sferica di raggio R .

Esercizio 1.5

Un sistema rigido neutro è costituito da 6 cariche disposte ai vertici di un esagono regolare di lato a . Calcolare il momento di dipolo elettrico della distribuzione.

Esercizio 1.6

Calcolare il campo elettrico \vec{E} generato sull'asse da una distribuzione uniforme di carica disposte su una spira circolare filiforme. Si chiami x la coordinata sull'asse, che indica la distanza del punto dal centro della spira e λ la densità lineare di carica.

Esercizio 1.7

Un lungo filo rettilineo uniformemente carico con densità lineare di carica λ positiva ha un estremo O situato nel centro di un sottile anello rigido di raggio R , disposto sul piano perpendicolare al filo rettilineo. Sia l'anello carico con densità lineare di carica β . Ricavare l'espressione della forza che l'anello esercita sul filo. Si indichi con x l'asse delle coordinate corrispondente al filo rettilineo.

Esercizio 1.8

Si consideri il campo elettrico $\vec{E} = E_0 \lambda e^{-\lambda r} \hat{r}$ e si calcoli la sua divergenza.

Esercizio 1.9

Un tratto di filo rigido sottile, uniformemente carico con densità lineare di carica positiva λ è sagomato in modo da formare un quarto di circonferenza di raggio R e centro O. Calcolare il campo elettrico nel vuoto, nel centro O.

Esercizio 1.10

In un volume sferico di raggio R e centro O è distribuita, con simmetria sferica, della carica elettrica la cui densità di volume è $\rho = A \cdot r$, dove A è una costante ed r è il modulo della distanza dal punto O, tutto è disposto nel vuoto. Ricavare l'espressione della carica totale Q contenuta nella sfera e l'andamento del campo elettrico con la distanza r .

Esercizio 1.11

Una carica negativa $-q$ di massa m è posta inizialmente nel punto P sull'asse di una circonferenza di raggio a vincolata in posizione fissa. P si trova a distanza $a\sqrt{3}$ dal centro C della circonferenza stessa. La circonferenza è caricata uniformemente con carica positiva totale pari a Q . La carica $-q$ viene lasciata libera di muoversi partendo dalla situazione di quiete. Con quale velocità V_F passa dal centro della circonferenza? ($q = 1,5 \cdot 10^{-8} C$, $Q = 6 \cdot 10^{-8} C$, $a = 10 \text{ cm}$, $m = 10^{-5} \text{ kg}$)

Esercizio 1.12

Una distribuzione continua di carica occupa il volume di una regione di spazio cilindrica con raggio di base R e altezza $h = 4R$. Il centro del cilindro coincide con l'origine delle coordinate e l'asse coincide con l'asse z . All'interno

del cilindro è presente un campo elettrico di equazioni $E_{0x} = 0$, $E_{0y} = 0$, $E_{0z} = az^2$ con a positivo e costante. Determinare la densità di carica interna al cilindro e la carica totale posseduta dal cilindro stesso.

Esercizio 1.13

Un sfera di raggio a , uniformemente carica è racchiusa dentro una superficie sferica di raggio b concentrica alla sfera carica. Il potenziale della sfera di raggio b è tenuto fisso al valore $V = 0$, mentre il centro della sfera carica è a potenziale V . Ricavare l'espressione della densità ρ della carica contenuta nella sfera di raggio a .

Soluzioni

Esercizio 1.1

$$d = \frac{1}{2} \frac{q|E|}{m} \frac{s^2}{V_0^2} + \frac{q|E|}{m} \frac{s}{V_0} \frac{l}{V_0} = -0.009m$$

Esercizio 1.2

Si tratta della circonferenza giacente sul piano descritto dal testo del problema, centrata in C e di raggio $X_0 = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Esercizio 1.3

$$\phi = l^2(l^2 + l'^2)$$

Esercizio 1.4

$$\phi = 2\pi R$$

Esercizio 1.5

$$\vec{P} = -2qa \hat{i} + \frac{-4a\sqrt{3}}{2} \hat{j}$$

Esercizio 1.6

$$\vec{E} = \frac{\lambda R}{\varepsilon_0} \frac{x}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{i}$$

Esercizio 1.7

$$\vec{F} = \frac{\lambda\beta}{2\varepsilon_0} \hat{x}$$

Esercizio 1.8

$$\vec{\text{div}} \cdot \vec{E} = E_0 \lambda e^{-\lambda r} \frac{2 - \lambda r}{r}$$

Esercizio 1.9

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R} \hat{i} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R} \hat{j}$$

Esercizio 1.10

$$Q = \pi A R^4$$

$$r \leq R \quad \vec{E} = \frac{A}{4\epsilon_0} r^2 \hat{r}$$

$$r \geq R \quad \vec{E} = \frac{A}{4\epsilon_0} \frac{R^4}{r^2} \hat{r}$$

Esercizio 1.11

$$V_F = \sqrt{\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{ma}} = 2,84 \frac{m}{s}$$

Esercizio 1.12

$$Q = 0$$

Esercizio 1.13

$$\rho = \frac{6\epsilon_0 bV}{a^2(3b - 2a)}$$