Fisica Generale L - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

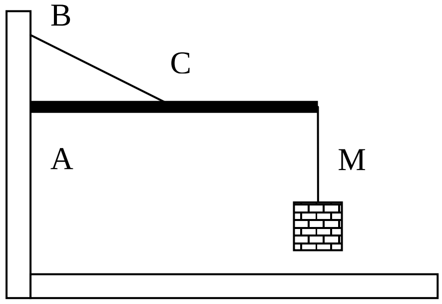
I parziale - 29 Maggio 2007 Compito A

Esercizio 1: La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 2\cos(\omega t)\hat{\imath} - 3\sin(\omega t)\hat{j} + 2\omega t\hat{k} \quad (m)$ con $\omega = 3s^{-1}$, t espresso in secondi ed $\vec{r}$ in metri. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo, la terna di versori intrinseca ed il raggio di curvatura della traiettoria per *t=0 s*.

Esercizio 2: Un punto materiale, inizialmente (per t=0 s) fermo, in *x=0* è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_o(1-e^{-t/\tau})$ nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau$, con $a_o = 0,25\, m/s^2$ e $\tau = 3,2\, s$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau$. Determinare la legge del moto $x(t)$ e l'istante in cui il punto raggiunge la posizione *x=30 m*.

Esercizio 3: Un proiettile di massa M viene sparato da fermo, con un alzo di 45°, da un cannone posto su una altura che si eleva di *h=20 m* rispetto alla pianura circostante. Determinare:
1) il modulo *v* della velocità con cui si deve sparare il proiettile affinché colpisca un bersaglio nella pianura e che dista orizzontalmente dal cannone di *D=100 m*; 2) l'angolo con cui il proiettile colpisce il bersaglio; 3) il modulo della velocità del proiettile quando colpisce il bersaglio.

Esercizio 4: Un semplice sistema di sollevamento pesi, utilizzato in alcuni canteri edili, è schematizzabile come una sbarra orizzontale di massa trascurabile, lunga *l=4 m*, fissata ad una superficie verticale ad un estremo A e sostenuta da una fune ideale (BC) tramite il punto centrale C della sbarra, come mostrato in figura. Sapendo che il segmento AB è lungo *l/2*, che il punto A costituisce un vincolo puntuale ideale, che la sbarra sostiene all'altro estremo una massa *M=70 kg*, determinare la tensione nella fune BC e la reazione vincolare in A.



Domande:
5) Cosa è un vincolo ? Cos'è una reazione vincolare ?
6) Spiegare il primo principio della dinamica.
7) Un grave di massa M in caduta libera nell'aria è sottoposto ad una forza di attrito la cui espressione è: $\vec{F} = -k\vec{v}$ con $\vec{v}$ velocità del punto e k una costante. Sapendo che la velocità di caduta raggiunge un valore limite costante v_L, determinare quali, tra le seguenti formule, è fisicamente accettabile per v_L:

$a)\ v_L = Mg/k \qquad b)\ v_L = Mk/g \qquad c)\ v_L = kg/M \qquad d)\ v_L = Mgk$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\, m/s^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

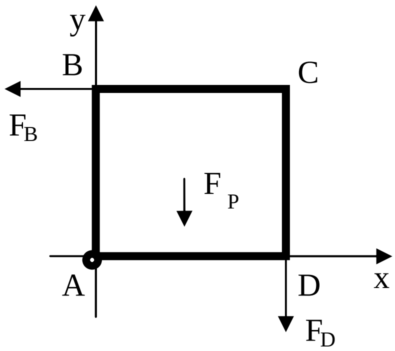
I parziale - 29 Maggio 2007 Compito B

Esercizio 1: La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 2(1-e^{-t/\tau})\hat{\imath} - e^{-t/\tau}\hat{\jmath} + (t/\tau)^3\hat{k}$ (m) con t espresso in secondi, $\vec{r}$ in metri e $\tau = 4s$. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo, la terna di versori intrinseca ed il raggio di curvatura della traiettoria per *t=0 s.*

Esercizio 2: Un punto materiale, inizialmente (per t=0 s) fermo in *x=0*, è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_o\left[1-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2\right]$ nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau$, con $a_o = 3{,}7\ m/s^2$ e $\tau = 1{,}2\ s$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau$. Determinare la legge del moto $x(t)$ e l'istante in cui il punto raggiunge la posizione *x=28 m*.

Esercizio 3: Una pallina inizialmente ferma viene lasciata cadere in verticale da un'altezza di *5 m* e nello stesso istante un'altra pallina viene lanciata in alto partendo da terra sotto la verticale dell'altra. Se le due palline si incontrano ad un'altezza di *2,5 m*, qual è la velocità iniziale della seconda pallina? Dopo quanto tempo si incontrano e che velocità hanno le due palline in quel momento?

Esercizio 4: Una piastra quadrata di lato L=10 cm e massa M=0,5 kg è posta in un piano verticale come in figura ed è vincolata nell'estremo A. La piastra, libera di ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per A e perpendicolare al piano della piastra, è soggetta alla forza peso, che può essere pensata applicata al centro del quadrato, ad una forza orizzontale $\vec{F}_B$ di 8 N applicata nell'estremo B e ad una terza forza verticale $\vec{F}_D$ applicata nell'estremo D. Calcolare: 1) la forza in D sapendo che la piastra e' in equilibrio statico; 2) la reazione vincolare in A.



Domande:

5) Qual'e' l'utilità dei *modelli* in fisica? Fare qualche esempio

6) Spiegare il secondo principio della dinamica.

7) Un disco di raggio R viene fatto rotolare su un piano inclinato. Sapendo che il disco parte da fermo ad una altezza h e che la velocità raggiunta alla fine del piano inclinato non dipende né da R né dalla massa del disco, determinare sulla base delle dimensioni la relazione accettabile per la velocità finale del disco:

$a)\ v = \frac{4}{3}gh^2$ $\quad b)\ v = \frac{4}{3}g/h$ $\quad c)\ v = \sqrt{\frac{4}{3}g/h}$ $\quad d)\ v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

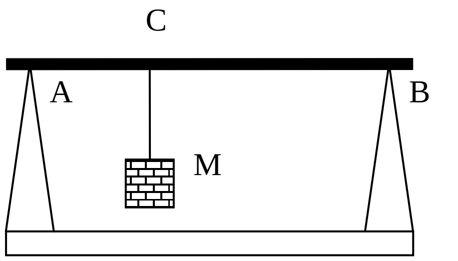
I parziale - 29 Maggio 2007 Compito C

Esercizio 1: La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 2t\hat{\imath} - 3t^2\hat{\jmath} + 2t^3\hat{k} \quad (m)$ con t espresso in secondi ed $\vec{r}$ in metri. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo, la terna di versori intrinseca ed il raggio di curvatura della traiettoria per *t=0 s*.

Esercizio 2: Un punto materiale inizialmente (per t=0 s) fermo in *x=0* è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_o(4 - \frac{t}{\tau})$ nell'intervallo di tempo $0 < t < 4\tau$, con $a_o = 0{,}35\, m/s^2$ e $\tau = 1{,}5\, s$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau$. Determinare la legge del moto $x(t)$ e l'istante in cui il punto raggiunge la posizione *x=150 m*.

Esercizio 3: Un proiettile di massa M viene sparato con una velocità iniziale *v*, ad un angolo α rispetto ad un piano orizzontale. Sapendo che il proiettile colpisce un punto ad una distanza D posto sullo stesso piano orizzontale. Determinare:
1) La relazione esistente tra v ed α; 2) La velocità con cui il proiettile colpisce il bersaglio; 3) l'angolo α che, a parità di velocità scalare, permette di avere la massima distanza D.

Esercizio 4: Una sbarra ideale di massa trascurabile e' appoggiata in orizzontale su due supporti come in figura. Sapendo che la distanza tra i supporti è di L=3 m e che a L/3 da un supporto è appesa, tramite un filo inestensibile una massa M=12 kg, determinare le reazioni vincolari sui supporti (punti A e B) nell'ipotesi che tutto il sistema sia in equilibrio statico.



Domande:

5) Spiegare l'utilità del modello del punto materiale.

6) Spiegare il principio di relatività.

7) L'elemento principale di un orologio a pendolo è schematizzabile come una sbarra di lunghezza L. Sapendo che il periodo del pendolo dipende solo da *L* e dall'accelerazione di gravità *g*, determinare quale di queste relazioni può descrivere il periodo di un pendolo.
$a)\ T = 2\pi\sqrt{\frac{3g^2}{2L}} \qquad b)\ T = 3\pi\frac{g}{L^2} \qquad c)\ T = 4\pi\frac{L}{3g} \qquad d)\ T = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

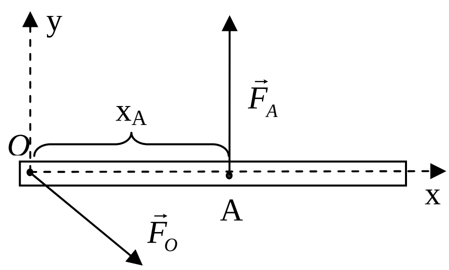
I parziale - 29 Maggio 2007 Compito D

Esercizio 1: La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = (1-t^2)\hat{\imath} - t^3\hat{\jmath} + (2-t^3)\hat{k}$ (m) con t espresso in secondi ed $\vec{r}$ in metri. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo, la terna di versori intrinseca ed il raggio di curvatura della traiettoria per *t=0 s*.

Esercizio 2: Un punto materiale inizialmente (per t=0 s) fermo in *x=0* è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_o\left[\frac{t}{\tau} - \left(\frac{t}{\tau}\right)^2\right]$ nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau$, con $a_o = 5{,}1\, m/s^2$ e $\tau = 2{,}2\, s$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau$. Determinare la legge del moto $x(t)$ e l'istante in cui il punto raggiunge la posizione *x=80 m*.

Esercizio 3: In una gara ciclistica, si osserva un primo ciclista andare ad una velocità di *v=11 m/s*. Un secondo ciclista si trovava inizialmente 16 m dietro il primo e, dopo aver percorso 500 m di strada rettilinea, si trova 16 m davanti al primo. Determinare la velocità media del secondo ciclista 1) rispetto al terreno e 2) rispetto al primo ciclista.

Esercizio 4: Una sbarretta di lunghezza L, massa e spessore trascurabili, è appoggiata su di un piano orizzontale liscio (vedi figura), inizialmente ferma. Nel punto O è applicata una forza $\vec{F}_O = k\vec{i} - k\vec{j}$ (dove k è una costante positiva), mentre nel punto A, distante x_A=L/2 da O, è applicata la forza $\vec{F}_A = 2k\vec{j}$. Determinare sia la distanza del punto di applicazione da O sia il valore della forza $\vec{F}_B$ che è necessario applicare affinché il sistema resti fermo. Determinare inoltre le dimensioni di k.



Domande:

5) Enunciare e spiegare le regole della statica.

6) Spiegare le caratteristiche del moto armonico.

7) L'accelerazione di gravità $\vec{g}$ è costante solo per un osservatore inerziale. Un osservatore solidale con la terra e che ruota con essa misura una accelerazione di gravità inferiore. Sapendo che la differenza tra le due è dovuta solo al moto di rotazione della terra, determinare quali tra le seguenti formule è quella giusta può descrivere la differenza di gravità Δg per i due osservatori sapendo che all'equatore questa dipende solo dalla pulsazione terrestre $\vec{\omega}$ e dal raggio R della Terra:

$a)\ \Delta g = \omega R$ $\quad b)\ \Delta g = \omega R^2$ $\quad c)\ \Delta g = \omega / R$ $\quad d)\ \Delta g = \omega^2 R$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

I parziale - 19 febbraio 2007 - **Compito A Soluzioni (da verificare)**

Esercizio 1: Date le forze $\vec{F}_1 = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}$, $\vec{F}_2 = -2\hat{\imath} + \hat{\jmath} + \hat{k}$ e $\vec{F}_3 = 3\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - \hat{k}$, applicate tutte sul punto P(2,-1,1), si calcoli la risultante delle forze e il momento del sistema di forze rispetto al polo O(0,0,0).

Soluzione 1: $\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = 4\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}$, $\vec{M}_O = \sum_i \vec{r}_i \wedge \vec{F}_i = \vec{r}_P \wedge \sum_i \vec{F}_i = \vec{r}_P \wedge \vec{R} = -4\hat{\imath} + 8\hat{k}$

Esercizio 2: La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 4t^2\hat{\imath} - (t^2+2)\hat{\jmath} + 2t\hat{k} \quad (m)$ con t espresso in secondi. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo ed il raggio di curvatura della traiettoria per *t=2 s.* Per quali istanti di tempo il punto decelera (ha una accelerazione scalare negativa)?

Soluzione 2:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = 8t\hat{\imath} - 2t\hat{\jmath} + 2\hat{k} \quad (m/s), \quad \vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 8\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} \quad (m/s^2)$$

Accelerazione tangenziale (accelerazione scalare): $a_t = \vec{v}(t)\bullet\vec{a}(t)/|\vec{v}(t)| = 68t/\sqrt{68t^2+4}$. Il punto decelera quando $a_t < 0$, cioè per t<0 ed accelera per $a_t > 0$, cioè quando t>0.

Per t=2 s,

$$v_S = |\vec{v}(2s)| = \sqrt{276} = 16,6\,(m/s^2); |\vec{a}(t)|^2 = a_t^2 + a_n^2 = 68; \quad a_t(2s) = \frac{136}{\sqrt{276}};$$

$$a_n(2s) = \sqrt{|\vec{a}|^2 - a_t^2} = \sqrt{\frac{272}{276}} = \sqrt{\frac{68}{69}} = 0,993\,m/s^2; \quad R = \frac{v_S^2}{a_n} = 278\,m$$

Esercizio 3: Un proiettile di massa M viene sparato da fermo da un cannone con un angolo $\alpha = 30°$ rispetto ad un piano orizzontale. Determinare:
1) il modulo *v* della velocità con cui si deve sparare il proiettile affinché colpisca un bersaglio che dista orizzontalmente dal cannone di *D=90 m* e si trova ad una altezza D/4 rispetto al cannone; 2) l'angolo con cui il proiettile colpisce il bersaglio; 3) il raggio di curvatura nel punto di massimo.

Soluzione 3: Mettiamo un sistema di riferimento con centro nel cannone e con l'asse x orizzontale e l'asse y verticale. Il proiettile parte dall'origine ($\vec{r}_o = x_o\hat{\imath} + y_o\hat{\jmath};\, x_o = 0,\, y_o = 0$) con velocità data da: $\vec{v}_o = v\cos\alpha\hat{\imath} + v\sin\alpha\hat{\jmath}$ e deve passare per il punto dove c'e' il bersaglio: $\vec{r}_B = D\hat{\imath} + \frac{D}{4}\hat{\jmath}$. Le equazioni del moto in forma parametrica che tengono conto delle condizioni iniziali ($\vec{r}_o, \vec{v}_o$) sono:

$\begin{cases} x(t) = tv\cos\alpha \\ y(t) = tv\sin\alpha - \frac{g}{2}t^2 \end{cases}$ dove v è una incognita da trovare. Sapendo che il proiettile colpisce il bersaglio, imponiamo che la traiettoria passi per $\vec{r}_B$. Si potrà così trovare sia il tempo dell'urto (t_B) che la velocità (v) necessaria:

$$\begin{cases} x(t_B) = D = t_B v\cos\alpha & \rightarrow t_B = D/(v\cos\alpha) \\ y(t_B) = \dfrac{D}{4} = t_B v\sin\alpha - \frac{g}{2}t_B^{\,2} & \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{gD}{\cos^2\alpha(\tan\alpha - 1/4)}} = 59{,}9\ m/s \end{cases}$$

L'angolo con cui il proiettile colpisce il bersaglio dipende dal vettore velocità nell'istante dell'urto:
$\begin{cases} v_x(t) = v\cos\alpha \\ v_y(t) = v\sin\alpha - gt \end{cases}$ $\begin{cases} v_x(t_B) = v\cos\alpha \\ v_y(t_B) = v\sin\alpha - gt_B \end{cases}$. L'angolo cercato e' l'angolo formato dall'asse x con il vettore velocità: $\tan\beta = \dfrac{v_y(t_B)}{v_x(t_B)} \quad \rightarrow \beta = 14°$.

Il raggio di curvatura nel punto di massimo è sempre calcolabile come: $R = \dfrac{v_S^2}{a_n} = \dfrac{v_x^2}{g} = 275\ m$. E' da notare che in questo caso, il proiettile colpisce il bersaglio con una velocità lungo y positiva, cioè mentre sta ancora salendo. Il punto di massimo è raggiunto solo dopo l'urto!

Esercizio 4: Una sfera di massa M=2 kg è appesa sotto un ponte tramite un filo ideale di lunghezza *l=1,25 m*. Sapendo che in un certo istante soffia un vento parallelo al terreno e con una velocità *v=2 m/s*, in grado di esercitare una forza $\vec{F} = -k\vec{v}$ sulla sfera e che, in condizioni di equilibrio, il filo devia rispetto alla direzione verticale di un angolo $\theta = 10°$, determinare la tensione del filo e il coefficiente *k* della forza.

Soluzione 4: Mettiamo un SR centrato sulla sfera, con asse x orizzontale e asse y verticale, messi in modo che il filo stia nel piano xy. Sulla sfera agiscono tre forze: la forza peso, la forza del vento e la tensione. Se siamo in condizioni di equilibrio si avrà: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$. Per il SR scelto si ha:
$\vec{P} = -mg\hat{j}$, $\vec{F} = -kv\hat{\imath}$, $\vec{T} = T(\cos\vartheta\hat{\imath} + \sin\vartheta\hat{j})$. Impostando l'equilibrio delle forze si ha:

$$\begin{matrix} \hat{\imath}: & -kv + T\sin\vartheta = 0 \\ \hat{j}: & -Mg + T\cos\vartheta = 0 \end{matrix} \quad \rightarrow \quad \begin{matrix} k = T\sin\vartheta / v = 1{,}73\ kg/s \\ T = Mg/\cos\vartheta = 19{,}9N \end{matrix}$$

Domande:

5) Cosa è un vincolo ? Cos'è una reazione vincolare ?

Vincolo: limitazione al moto; reazione vincolare: forza che produce il vincolo al fine di rispettare la limitazione del moto.

6) Una sbarra di lunghezza L=2 m può essere utilizzata come un pendolo quando un estremo della sbarra è vincolato in un punto e l'altro estremo è libero di oscillare. Il periodo di oscillazione dipende solo da L e dall'accelerazione di gravità g. Determinare (motivandola) la relazione che lega queste quantità:

$a)\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{g}{3L}} \qquad b)\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L^2}{3g}} \qquad c)\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{3g}} \qquad d)\ T = 2\pi\dfrac{g}{3L}$

Determinarne inoltre il valore.

Risposta: c, T=1,64 s

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

I parziale - 19 febbraio 2007 - **Compito B Soluzioni (da verificare)**

Esercizio 1: In un certo istante, un punto materiale è in moto lungo un arco di circonferenza. Sapendo che rispetto ad un certo SR, la velocità e l'accelerazione valgono $\vec{v} = 3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - \hat{k} \quad (m/s)$ e $\vec{a} = -3\hat{\imath} + \hat{\jmath} \quad (m/s^2)$, determinare la velocità scalare, l'accelerazione tangenziale, il raggio di curvatura della traiettoria e la normale al piano in cui avviene il moto.
Soluzione 1: Velocità scalare ed accelerazione tangenziale:
$v_S = |\vec{v}| = \sqrt{14} = 3,74\ m/s, \quad a_t = \vec{v} \bullet \vec{a} / |\vec{v}| = -7/\sqrt{14} = -1,87\ m/s^2$

Raggio: $|\vec{a}|^2 = a_t^2 + a_n^2 = 10; \quad a_n = \sqrt{|\vec{a}|^2 - a_t^2} = \sqrt{\frac{13}{2}} = 2,55\ m/s^2; \quad R = \frac{v_S^2}{a_n} = 5,49\ m$

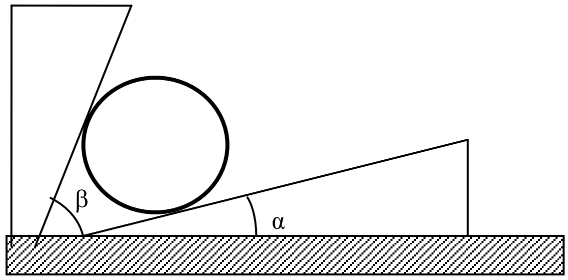
Normale al piano: $\vec{d} = \vec{v} \wedge \vec{a} = \hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 9\hat{k}; \quad \hat{u}_b = \vec{d}/|\vec{d}| = \frac{1}{91}\hat{\imath} + \frac{3}{91}\hat{\jmath} + \frac{9}{91}\hat{k}$

Esercizio 2: Una pallina viene lasciata cadere in verticale da un'altezza di *10 m* e nello stesso istante un'altra pallina viene lanciata in alto partendo da terra sotto la verticale dell'altra. Se le due palline si incontrano ad un'altezza di *5 m*, qual è la velocità iniziale della seconda pallina? che velocità hanno le due palline quando si incontrano?
Soluzione 2: Considero un SR con un asse y verticale e asse x orizzontale, con l'origine a terra. La prima pallina parte da una quota pari ad h, con velocità nulla e si muove lungo l'asse y. La seconda si muove solo lungo y, parte da y=0 con una velocità incognita. Le eq. Del moto sono:
$y_1(t) = h - \frac{g}{2}t^2$ e $y_2(t) = vt - \frac{g}{2}t^2$. La prima pallina raggiunge la quota h/2 ad un tempo dato da: $y_1(\bar{t}) = h - \frac{g}{2}\bar{t}^2 = h/2 \quad \rightarrow \quad \bar{t} = \sqrt{h/g}$. La velocità iniziale della seconda pallina è tale per cui allo stesso istante è nel punto h/2: $y_2(t) = v\bar{t} - \frac{g}{2}\bar{t}^2 = h/2 \quad \rightarrow \quad v = (h/2 + \frac{g}{2}\bar{t}^2)/\bar{t} = \sqrt{hg} = 9,9 m/s$
Le due palline hanno velocità date rispettivamente da: $v_1(t) = -g\bar{t} = -\sqrt{gh} = -9,9 m/s$ e $v_2(t) = v - g\bar{t} = 0$.

Esercizio 3: Due punti materiali hanno vettori posizione rispettivamente pari a $\vec{r}_1 = -t^3/3\hat{\imath} + t^{1/2}\hat{\jmath} - t\hat{k} \quad (m)$ e $\vec{r}_2 = 2t^{1/2}\hat{\imath} + 2t\hat{\jmath} + t^2/2\hat{k} \quad (m)$ in un dato sistema di riferimento. Determinare i valori della velocità e dell'accelerazione del secondo punto materiale al tempo *t= 2 s* in un sistema di riferimento in cui il punto 1 è fermo.
Soluzione 3: Si tratta di un problema di trasformazioni tra sistemi di riferimento. Visto che l'unica richiesta è che il punto 1 sia fermo, possiamo considerare due SR di cui uno (quello fisso S) e' quello dato inizialmente e il secondo, quello mobile S', ha l'origine nel punto 1 ed assi paralleli a quello S. In questo modo, si ottiene la piu' semplice trasformazione: il SR S' e' ottenuto traslando S nella posizione $\vec{r}_{O'} = \vec{r}_1$ senza rotazione degli assi: $\vec{\omega} = \vec{0}$. Possiamo quindi scrivere:

$\vec{v}_2' = \vec{v}_2 - \vec{v}_{O'} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ e $\vec{a}'_2 = \vec{a}_2 - \vec{a}_{O'} = \vec{a}_2 - \vec{a}_1$, da cui: $\begin{array}{l} \vec{v}_2' = (t^{-1/2} + t^2)\hat{\imath} + (2 - \frac{1}{2}t^{-1/2})\hat{\jmath} + (t+1)\hat{k} \\ \vec{a}_2' = (-\frac{1}{2}t^{-3/2} + 2t)\hat{\imath} + \frac{1}{4}t^{-3/2}\hat{\jmath} + \hat{k} \end{array}$.

Esercizio 4: Una pallina di massa M=0,2 kg è ferma tra due piani inclinati di angoli $\alpha = 30°$ e $\beta = 70°$ come mostrato in figura. Determinare le reazioni vincolari dei due piani inclinati.



Soluzione 4: Il problema si risolve introducendo un SR con asse x orizzontale ed asse y verticale. In tale SR le tre forze presenti (forza peso, reazione vincolare 1 e reazione vincolare 2) possono essere scritte così: $\vec{P} = -Mg\hat{j}$, $\vec{R}_1 = R_1(-\sin\alpha\hat{\imath} + \cos\alpha\hat{j})$ e $\vec{R}_2 = R_2(\sin\beta\hat{\imath} - \cos\beta\hat{j})$. Imponendo la condizione di equilibrio statico: $\vec{P} + \vec{R}_1 + \vec{R}_2 = \vec{0}$, si trova $R_1 = Mg\sin\beta / \sin(\beta - \alpha) = 2,86N$ e $R_2 = Mg\sin\alpha / \sin(\beta - \alpha) = 1,52N$

Domande:

5) Spiegare cosa sono i sistemi di riferimento inerziali ed il loro uso in fisica.

---

6) Un grave di massa M in caduta libera nell'aria è sottoposto ad una forza di attrito la cui espressione è: $\vec{F} = -kS\vec{v}$ con $\vec{v}$ velocità del grave, S superficie del grave nella direzione del moto e k una costante. Sapendo che la velocità di caduta raggiunge un valore limite costante v_L , determinare quali, tra le seguenti formule, è fisicamente accettabile per v_L :

$a)\ v_L = MgS/k$ $b)\ v_L = MkS/g$ $c)\ v_L = kg/MS$ $d)\ v_L = Mg/kS$

Risposta: d)

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

I parziale - 19 febbraio 2007 - **Compito C Soluzioni (da verificare)**

Esercizio 1: La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 4\sin(2t)\hat{\imath} - 3\cos(2t)\hat{\jmath} - t^2\hat{k} \quad (m)$ con t espresso in secondi. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo, la terna di versori intrinseca ed il raggio di curvatura della traiettoria per $t=0$ *s*.

Soluzione 1:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = 8\cos(2t)\hat{\imath} + 6\sin(2t)\hat{\jmath} - 2t\hat{k} \quad (m/s)$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = -16\sin(2t)\hat{\imath} - 12\cos(2t)\hat{\jmath} - 2\hat{k} \quad (m/s^2)$$

Per t=0, si ha: $\vec{v}(0) = 8\hat{\imath} \quad (m/s), \quad \vec{a}(0) = -12\hat{\jmath} - 2\hat{k} \quad (m/s^2)$. Da cui: $\hat{u}_t = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \hat{\imath}$; visto che per t=0 l'accelerazione è ortogonale al vettore velocità si ha: $\hat{u}_n = \frac{\vec{a}(0)}{|\vec{a}(0)|} = (-12\hat{\jmath} - 2\hat{k})/\sqrt{148} = -\frac{6}{\sqrt{37}}\hat{\jmath} - \frac{1}{\sqrt{37}}\hat{k}$ e quindi $\hat{u}_b = \hat{u}_t \wedge \hat{u}_n = \frac{1}{\sqrt{37}}\hat{\jmath} - \frac{6}{\sqrt{37}}\hat{k}$. Il raggio di curvatura vale: $R = \frac{v^2}{a} = \frac{64}{\sqrt{148}} = 5,26\ m$.

Esercizio 2: Un corpo materiale si muove nella direzione dell'asse delle x con una accelerazione variabile nel tempo secondo la legge *a(t)= 3-t* per *0<t<3* s e *a(t) =0* per *t>3*, dove *t* è misurato in secondi e *a* in m/s^2. Sapendo che il punto parte da *x=0* con velocità nulla, determinare il tempo necessario a raggiungere il punto *x=20 m* e la velocità del corpo in quel punto.

Soluzione 2: Nei primi 3 secondi il moto è di tipo accelerato, con accelerazione variabile. Troviamo la velocità integrando l'accelerazione e lo spazio integrando la velocità. Imponendo anche le condizioni iniziali, per 0<t<3 s si ha:
$v(t) = v_o + \int_0^t a(t')dt' = \int_0^t (3-t')dt' = 3t - t^2/2; \quad x(t) = x_0 + \int_0^t v(t')dt' = \frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{6}t^3$. Per t=3 s, il punto si trova nella posizione x(3)=9m con velocità v(3)=4,5 m/s. Per tempi successivi il moto prosegue con accelerazione nulla, quindi con velocità costante. Imponendo, per un moto rettilineo uniforme le condizioni iniziali a t=3 s, si ha: $x(t) = x(3) + v(3)(t-3)$. Il corpo raggiunge il punto x=20 m quando: $t = 3 + (\bar{x} - x(3))/v(3) = 5,44s$, con una velocità pari a 4,5 m/s.

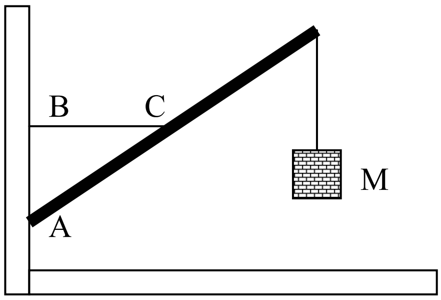
Esercizio 3: Un proiettile di massa M viene sparato orizzontalmente da fermo da un cannone posto su una altura che si eleva di *h=70 m* rispetto alla pianura circostante. Determinare:
1) il modulo *v* della velocità con cui si deve sparare il proiettile affinché colpisca un bersaglio nella pianura e che dista orizzontalmente dal cannone di *D=120 m*; 2) l'angolo con cui il proiettile colpisce il bersaglio; 3) la velocità scalare del proiettile quando colpisce il bersaglio.

Soluzione 3: Mettiamo un sistema di riferimento con l'asse x orizzontale, a livello della pianura e l'asse y verticale, passante per il cannone. La posizione del cannone può essere espressa come $\vec{r}_o = x_o\hat{\imath} + y_o\hat{\jmath}; x_o = 0, y_o = h$. Il proiettile parte dal cannone ($\vec{r}_o = x_o\hat{\imath} + y_o\hat{\jmath}; x_o = 0, y_o = h$) con velocità solo orizzontale data da: $\vec{v}_o = v\hat{\imath}$ e deve passare per il punto dove c'e' il bersaglio: $\vec{r}_B = D\hat{\imath}$.
Le equazioni del moto in forma parametrica che tengono conto delle condizioni iniziali ($\vec{r}_o, \vec{v}_o$) sono:
$\begin{cases} x(t) = tv \\ y(t) = h - \frac{g}{2}t^2 \end{cases}$ dove v è una incognita da trovare. Sapendo che il proiettile colpisce il bersaglio, imponiamo che la traiettoria passi per $\vec{r}_B$. Si potrà così trovare sia il tempo dell'urto (t_B) che la velocità (v) necessaria:

$$\begin{cases} x(t_B) = D = t_B v & \rightarrow t_B = D/v = ... = 3,78s \\ y(t_B) = 0 = h - \frac{g}{2}{t_B}^2 & \rightarrow v = \sqrt{\frac{g}{2h}}D = 31,7\ m/s \end{cases}$$

L'angolo con cui il proiettile colpisce il bersaglio dipende dal vettore velocità nell'istante dell'urto:
$\begin{cases} v_x(t) = v \\ v_y(t) = -gt \end{cases} \begin{cases} v_x(t_B) = v \\ v_y(t_B) = -gt_B \end{cases}$. L'angolo cercato e' l'angolo formato dall'asse x con il vettore velocità: $\tan\beta = \frac{v_y(t_B)}{v_x(t_B)} \quad \rightarrow \beta = 49,4°$. Velocità di impatto: $v_B = \sqrt{v_x(t_B)^2 + v_y(t_B)^2} = 48,8\ m/s$

Esercizio 4: Un sistema di sollevamento pesi è schematizzabile come una sbarra di massa trascurabile fissata ad una superficie verticale ad un estremo e sostenuta da una fune ideale (BC), come mostrato in figura. Sapendo che la fune di sostegno e' orizzontale e collegata al centro della sbarra (C), che il punto A costituisce un vincolo puntuale ideale, che la sbarra, lunga l=2 m, è inclinata di 45° rispetto alla verticale e che sostiene una massa M=50 kg, determinare la tensione nella fune orizzontale e la reazione vincolare in A.



Soluzione 4: Analizziamo le forze che agiscono sulla sbarra: vi è innanzitutto una forza dovuta al peso della massa M, che agisce (tramite il filo verticale) ad un estremo della sbarra. Vi e' poi la tensione del filo BC che è orizzontale e la reazione vincolare in A. Il sistema in equilibrio stabile (non si parla di moto) e pertanto si annulleranno sia la risultante di tutte le forze che agiscono sulla sbarra, sia il momento delle forze.
Per calcolare l'equilibrio statico occorre introdurre un SR. Scegliamo un SR con centro nel punto A, asse x orizzontale e asse y verticale (possiamo trascurare l'asse z, visto che tutte le forze stanno su un piano verticale). L'analisi delle forze ci conduce a questo sistema di vettori:
Forza peso: $\vec{F}_1 = \vec{P} = -Mg\hat{\jmath} \quad applicato\ in \quad \vec{r}_1 = l/\sqrt{2}\hat{\imath} + l/\sqrt{2}\hat{\jmath}$
Tensione del filo BC: $\vec{F}_2 = -T\hat{\imath} \quad applicato\ in \quad \vec{r}_2 = \vec{r}_C = l\sqrt{2}/4\hat{\imath} + l\sqrt{2}/4\hat{\jmath}$
Reazione vincolare in A: $\vec{F}_3 = R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath} \quad applicato\ in \quad \vec{r}_3 = \vec{r}_A = \vec{0}$
Abbiamo quindi un sistema di 3 forze con ben tre incognite: T, Rx, Ry.
Come polo per calcolare i momenti scegliamo il punto A (origine del SR), in modo che il momento della reazione vincolare in A sia automaticamente nullo. L'eq. Dei momenti ci conduce a:

$\vec{M}_A = \sum_i \vec{r}_i \wedge \vec{F}_i = \vec{0} \rightarrow \vec{0} = \vec{r}_1 \wedge \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \wedge \vec{F}_2 = -Mgl/\sqrt{2}\hat{k} + Tl\sqrt{2}/4\hat{k} \rightarrow T = 2Mg = 980N$

Imponendo il bilanciamento delle forze si ha: $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \rightarrow \vec{P} + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \quad \rightarrow \vec{F}_3 = -\vec{P} - \vec{F}_2 = -2Mg\hat{\imath} - Mg\hat{\jmath}$

Domande:

5) Cos'è una grandezza fisica? Quali sono le grandezze fondamentali in meccanica?

6) A causa della rotazione della terra, un corpo che cade da una altezza *h* segue una traiettoria che è solo approssimativamente verticale. In realtà arriva a terra in un punto che è sempre spostato verso est rispetto alla verticale. Sapendo che l'entità dello spostamento Δx dipende da *h*, dall'accelerazione di gravità *g* e dalla pulsazione terrestre $\vec{\omega}$, determinare quale delle seguenti relazioni è fisicamente accettabile per:

$a)\ \Delta x = 4\omega hg/3 \qquad b)\ \Delta x = 2\omega h\sqrt{2gh}/3 \qquad c)\ \Delta x = 2\omega h\sqrt{2g/h}/3 \qquad d)\ \Delta x = \omega^{-2}h\sqrt{2g/h}/3$

Determinarne inoltre il valore per un corpo che cade da una altezza *h=20 m*.

-- Nessuna delle opzioni è accettabile, in quanto nessuna ha le dimensioni di una lunghezza.

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

I parziale - 19 febbraio 2007 - **Compito D Soluzioni (da verificare)**

Esercizio 1: Un giocoliere lancia verticalmente una pallina che raggiunge un'altezza *h=3 m* misurata rispetto alla mano del giocoliere. Se nell'istante di tempo in cui la pallina ha raggiunto (salendo) un'altezza di *h'=2 m*, il giocoliere lancia verticalmente una seconda pallina con la stessa velocità iniziale, a che quota le due palline si incontrano? Che velocità hanno le due palline in quel momento?

Soluzione 1: Definiamo un SR con un solo asse verticale y avente origine nella mano del giocoliere. Il moto della prima pallina può essere scritto come : $y_1(t) = -\frac{g}{2}t^2 + vt$ dove abbiamo imposto la condizione iniziale y(0)=0 ed abbiamo introdotto la velocità di lancio v (incognita). Sapendo che la pallina raggiunge la quota massima h, possiamo determinare la velocità di lancio: $v = \sqrt{2gh} = 7{,}67 m/s$. Il moto della prima pallina è quindi completamente determinato, ed è possibile trovare anche il tempo in cui raggiunge la quota h':

$$y_1(\bar{t}) = h' = \tfrac{2}{3}h = -\tfrac{g}{2}\bar{t}^2 + v\bar{t} \quad \rightarrow \quad \bar{t} = (\sqrt{3}-1)\sqrt{\frac{2h}{3g}} = 0{,}331s$$

Anche il moto della seconda pallina è determinato. Parte con un ritardo temporale dato da $\bar{t}$ e segue la stessa legge oraria: $y_2(t) = -\frac{g}{2}(t-\bar{t})^2 + v(t-\bar{t})$. Possiamo trovare l'istante in cui le due palline si incontrano imponendo: $y_1(t) = y_2(t)$. Troviamo quindi: $t_i = -\dfrac{2v}{g} + \dfrac{2h}{3g\bar{t}}$. Da questo valore è possibile determinare la quota di incontro $y_1(t_i) =$, nonché le due velocità: $v_1(t) = -gt_i + v =$ e $v_1(t) = -g(t_i - \bar{t}) + v =$

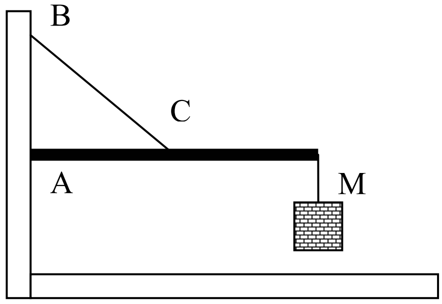
Esercizio 2: Un punto materiale inizialmente fermo in *x=0* è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_o e^{-t/\tau}$ nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau$, con $a_o = 0{,}5\, m/s^2$ e $\tau = 1{,}5\, s$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau$. Determinare la legge del moto e l'istante in cui il punto raggiunge la posizione *x=10 m*.

Soluzione 2: Nel primo intervallo di tempo ($0 < t < \tau$), il moto è di tipo accelerato, con accelerazione variabile. Troviamo la velocità integrando l'accelerazione e lo spazio integrando la velocità. Imponendo anche le condizioni iniziali, per $0 < t < \tau$ si ha:

$$v(t) = v_o + \int_0^t a(t')dt' = \int_0^t a_o e^{-t'/\tau} dt' = a_o\tau(1 - e^{-t/\tau}); \quad x(t) = x_0 + \int_0^t v(t')dt' = a_o\tau(t - \tau(1 - e^{-t/\tau}))$$

. Per t=τ, il punto si trova nella posizione $x(\tau) = a_o\tau^2 e^{-1} = 0{,}414\, m$ con velocità $v(\tau) = a_o\tau(1 - e^{-1}) = 0{,}474\, m/s$. Per tempi successivi il moto prosegue con accelerazione nulla, quindi con velocità costante. Imponendo, per un moto rettilineo uniforme le condizioni iniziali a t=τ, si ha: $x(t) = x(\tau) + v(\tau)(t - \tau)$. Il corpo raggiunge il punto x=20 m quando: $t = \tau + (\bar{x} - x(\tau))/v(\tau) = 42{,}8s$, con una velocità pari a 0,474 m/s.

Esercizio 3: Due autovetture procedono velocità costanti rispettivamente di *70 km/h* e *30 km/h*. Ad un certo punto le due autovetture si urtano. Determinare la velocità relativa dell'urto (velocità osservata da uno dei due conducenti) quando l'urto 1) è un urto frontale, 2) è un tamponamento, 3) le macchine si urtano ad un incrocio provenendo da due strade che formano un angolo retto.
Soluzione 3: Consideriamo un SR S in cui la prima macchina si muove lungo l'asse delle x in direzione positiva: $\vec{v}_1 = v_1\hat{\imath}$ con $v_1 = 70 km/h$. A seconda delle situazioni, possiamo considerare che la velocità della seconda macchina valga: 1) $\vec{v}_2 = -v_2\hat{\imath}$, con $v_2 = 30 km/h$ (le due velocità sono opposte in direzione); 2) $\vec{v}_2 = v_2\hat{\imath}$,(le due velocità hanno la stessa direzione; e 3) $\vec{v}_2 = v_2\hat{\jmath}$, (le due velocità sono a 90°. Per determinare la velocità relativa occorre mettersi in un SR solidale con una delle due macchine. Sia S' il SR mobile solidale con la macchina 1. Per tale SR si ha:
$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$. Sapendo che $\vec{v}_o = \vec{v}_1$, si trova la velocità della macchina 2 nel SR mobile come: $\vec{v}_2' = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Da cui: Caso 1: $\vec{v}_2' = (+v_2 - v_1)\hat{\imath} = -40 km/h\,\hat{\imath}$; Caso 2: $\vec{v}_2' = -(v_2 + v_1)\hat{\imath} = -100 km/h\,\hat{\imath}$;
Caso 3: $\vec{v}_2' = v_2\hat{\jmath} - v_1\hat{\imath}; \quad \rightarrow |\vec{v}'| = 76 km/h$.



Esercizio 4: Un sistema di sollevamento pesi è schematizzabile come una sbarra di massa trascurabile fissata ad una superficie verticale ad un estremo A e sostenuta da una fune ideale (BC), come mostrato in figura. Sapendo che la fune di sostegno è a 45° ed è collegata al centro C della sbarra, che il punto A costituisce un vincolo puntuale ideale, che la sbarra, lunga *l=3 m*, sostiene all'altro estremo una massa *M=40 kg*, determinare la tensione nella fune BC e la reazione vincolare in A.
Soluzione 4: **Soluzione 4:** Analizziamo le forze che agiscono sulla sbarra: vi è innanzitutto una forza dovuta al peso della massa M, che agisce (tramite il filo verticale) ad un estremo della sbarra. Vi e' poi la tensione del filo BC che è inclinato di 45° e la reazione vincolare in A. Il sistema in equilibrio stabile (non si parla di moto) e pertanto si annulleranno sia la risultante di tutte le forze che agiscono sulla sbarra, sia il momento delle forze.
Per calcolare l'equilibrio statico occorre introdurre un SR. Scegliamo un SR con centro nel punto A, asse x orizzontale (lungo la sbarra) e asse y verticale (possiamo trascurare l'asse z, visto che tutte le forze stanno su un piano verticale). L'analisi delle forze ci conduce a questo sistema di vettori:
Forza peso: $\vec{F}_1 = \vec{P} = -Mg\hat{\jmath} \quad \textit{applicato in} \quad \vec{r}_1 = l\hat{\imath}$
Tensione del filo BC: $\vec{F}_2 = T(-\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{\imath} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{\jmath}) \quad \textit{applicato in} \quad \vec{r}_2 = \vec{r}_C = l/2\hat{\imath}$
Reazione vincolare in A: $\vec{F}_3 = R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath} \quad \textit{applicato in} \quad \vec{r}_3 = \vec{r}_A = \vec{0}$
Abbiamo quindi un sistema di 3 forze con ben tre incognite: T, Rx, Ry.
Come polo per calcolare i momenti scegliamo il punto A (origine del SR), in modo che il momento della reazione vincolare in A sia automaticamente nullo. L'eq. Dei momenti ci conduce a:
$$\vec{M}_A = \sum_i \vec{r}_i \wedge \vec{F}_i = \vec{0} \rightarrow \vec{0} = \vec{r}_1 \wedge \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \wedge \vec{F}_2 = -Mgl\hat{k} + Tl\sqrt{2}/4\hat{k} \rightarrow T = 2\sqrt{2}Mg = 1{,}11\ kN$$
Imponendo il bilanciamento delle forze si ha:
$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \rightarrow \vec{P} + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \quad \rightarrow \vec{F}_3 = -\vec{P} - \vec{F}_2 = 2Mg\hat{\imath} - Mg\hat{\jmath}$$

Domande:

5) Spiegare che tipo di relazione è la $\vec{F} = m\vec{a}$ e in quali casi è valida.

6) Un disco di raggio R viene fatto rotolare su un piano inclinato. Sapendo che il disco parte da fermo ad una altezza h e che la velocità raggiunta alla fine del piano inclinato non dipende né da R né dalla massa del disco, determinare sulla base delle dimensioni la relazione accettabile per la velocità finale del disco:

$a)\ v = \frac{4}{3}gh^2 \qquad b)\ v = \frac{4}{3}g/h \quad c)\ v = \sqrt{\frac{4}{3}g/h} \qquad d)\ v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$

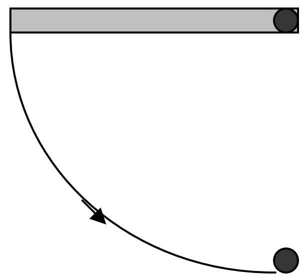
-- Risposta esatta: caso d--

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

II – Parziale - 20 Marzo 2007 - **Compito A**

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa $M=2kg$, lunghezza $2L=1,5\ m$, dimensioni trasversali trascurabili e libera di muoversi attorno ad un estremo fisso è lasciata cadere dalla posizione orizzontale. Quando passa per la verticale urta istantaneamente ed in modo totalmente anelastico con l'estremo inferiore una pallina di dimensioni trascurabili e massa $m=M$. Calcolare:



1) Il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse di rotazione;
2) La velocità angolare dell'asta e la velocità della pallina subito dopo l'urto;
3) L'energia persa nell'urto.

Esercizio 2: Sapendo che la distanza media Terra-Sole è di $d = 150 \cdot 10^6\, km$ e che il diametro angolare del Sole, visto dalla Terra, è di circa mezzo grado, stimare la massa e la densità media del Sole assumendo che l'orbita della Terra sia circolare ($G = 6,67 \cdot 10^{-11}\, Nm^2 / kg^2$).

Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha(x^2 y^2 z\hat{\imath} + \frac{2}{3}x^3 yz\hat{\jmath} + \frac{1}{3}x^3 y^2\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

Domande:

4) Spiegare il secondo teorema del centro di massa.
5) Enunciare e commentare brevemente il terzo principio della dinamica.

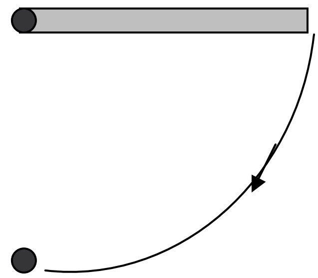
Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno una domanda. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\, m / s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

II – Parziale - 20 Marzo 2007 - **Compito B**

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa *M=3kg*, lunghezza *2L=0,8 m*, dimensioni trasversali trascurabili e libera di muoversi attorno ad un estremo fisso è lasciata cadere dalla posizione orizzontale. Quando passa per la verticale urta istantaneamente ed in modo totalmente elastico con l'estremo inferiore una pallina di dimensioni trascurabili e massa *m=2M*. Calcolare:



1) Il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse di rotazione;
2) La velocità angolare dell'asta e la velocità della pallina subito dopo l'urto;
3) L'angolo massimo rispetto alla verticale raggiunto dall'asta dopo l'urto.

Esercizio 2: La distanza media del satellite Io da Giove è di $d = 422 \cdot 10^3 km$ ed il suo periodo di rivoluzione è $T = 42,5h$. Assumendo che l'orbita sia circolare, determinare la massa e la densità di Giove sapendo che il suo raggio medio è $R_G = 69 \cdot 10^3 km$ ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$).

Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha(\frac{1}{3}y^2z^3\hat{\imath} + \frac{2}{3}xyz^3\hat{\jmath} + xy^2z^2\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

Domande:

4) Definire il concetto di centro di massa e spiegarne l'utilità.
5) Enunciare e commentare brevemente le equazioni cardinali della meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno una domanda. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\,m/s^2$

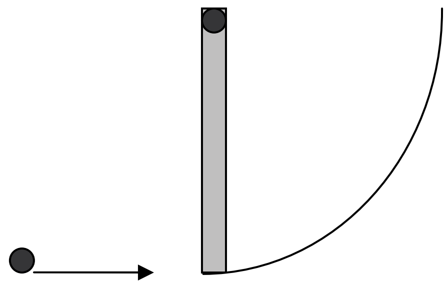
Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

II – Parziale - 20 Marzo 2007 - **Compito C**

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa *M=0,3kg*, lunghezza *2L=0,5 m*, dimensioni trasversali trascurabili e libera di muoversi attorno ad un estremo fisso è inizialmente ferma nella posizione verticale. Una pallina di dimensioni trascurabili, massa *m=0,2M* avente velocità iniziale orizzontale *v=2 m/s*, urta istantaneamente ed in modo totalmente anelastico con l'estremo inferiore dell'asta.. Calcolare:

6) Il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse di rotazione;
7) La velocità angolare dell'asta subito dopo dell'urto;
8) La quota massima raggiunta dal centro di massa del sistema dopo l'urto.



Esercizio 2: Stimare il diametro di Marte sapendo che la sua densità media vale $\rho = 3,9 \cdot 10^3 \, kg/m^3$ e che una delle sue lune, Deimos, si muove su un'orbita circolare di lunghezza $C = 147 \cdot 10^3 \, km$ con un periodo $T = 30,3h$ ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} \, Nm^2/kg^2$).

Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha((3x^2y^2z+1)\hat{\imath} + 2x^3yz\hat{\jmath} + x^3y^2\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

Domande:

4) Descrivere e discutere brevemente il teorema di Huygen-Steiner.
5) Enunciare e commentare il principio di azione e reazione.

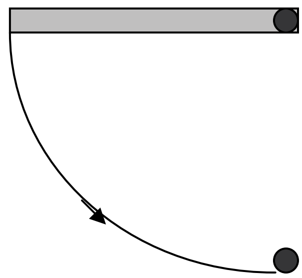
Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno una domanda. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \, m/s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

II – Parziale - 20 Marzo 2007 - **Compito D**

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa $M=0,7kg$, lunghezza $2L=0,6\ m$, dimensioni trasversali trascurabili e libera di muoversi attorno ad un estremo fisso è lasciata cadere dalla posizione orizzontale. Quando passa per la verticale urta elasticamente ed istantaneamente con l'estremo inferiore una pallina di dimensioni trascurabili e massa $m=0,4M$. Calcolare:



1) Il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione;
2) La velocità angolare dell'asta subito prima dell'urto;
3) La quota massima raggiunta dal centro di massa dell'asta dopo l'urto.

Esercizio 2: Fornire una stima (anche grossolana) per la massa di Saturno e per la sua distanza dal Sole sapendo che la distanza media Terra-Sole è di $d = 150 \cdot 10^6\, km$, che periodo di rivoluzione di Saturno è di $T_S = 29,5 anni$, che il raggio apparente dell'orbita del suo satellite principale, Titano, $R_{Tapp} = 8,5 \cdot 10^{-4} rad$ e che quest'orbita viene percorsa in $T_T = 15,9 g$ assumendo che tutte le orbite siano circolari ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2 / kg^2$).

Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha((y+z)\hat{\imath} + (x+z)\hat{\jmath} + (x+y)\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

Domande:

4) Enunciare le leggi di Keplero e commentarle brevemente.
5) Enunciare e commentare brevemente il teorema di Konig.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno una domanda. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\, m/s^2$

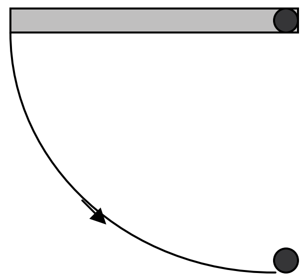
Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

20 Marzo 2007 - **Compito A**

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa *M=2kg*, lunghezza *2L=1,5 m*, dimensioni trasversali trascurabili e libera di muoversi attorno ad un estremo fisso è lasciata cadere dalla posizione orizzontale. Quando passa per la verticale urta istantaneamente ed in modo totalmente anelastico con l'estremo inferiore una pallina di dimensioni trascurabili e massa *m=M*. Calcolare:

1) Il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse di rotazione;
2) La velocità angolare dell'asta e la velocità della pallina subito dopo l'urto;
3) L'energia persa nell'urto.



Esercizio 2: Sapendo che la distanza media Terra-Sole è di $d = 150 \cdot 10^6 \, km$ e che il diametro angolare del Sole, visto dalla Terra, è di circa mezzo grado, stimare la massa e la densità media del Sole assumendo che l'orbita della Terra sia circolare ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} \, Nm^2 / kg^2$).

Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha(x^2 y^2 z \hat{\imath} + \frac{2}{3} x^3 yz \hat{\jmath} + \frac{1}{3} x^3 y^2 \hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

Esercizio 4: Una goccia di pioggia di massa M=0,2 g mentre cade sente due forze opposte: quella di gravità e una forza viscosa dipendente dalla velocità pari a $\vec{F} = -k\vec{v}$ con k=3 Ns/m. (??). Se la goccia cade in verticale da una altezza h=100 m, determinare la velocità di arrivo al suolo in assenza ed in presenza della forza viscosa.

Domande:

5. Descrivere il moto armonico specificando la legge oraria, le espressioni della velocità e dell'accelerazione e farne un esempio concreto.
6. Enunciare e commentare brevemente il primo principio della dinamica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno tre esercizi e rispondere ad almeno una domanda. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \, m/s^2$

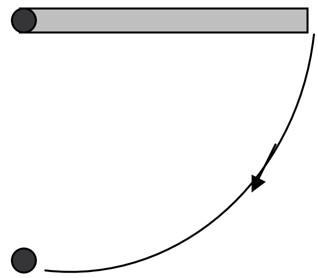
Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

20 Marzo 2007 - **Compito B**

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa *M=3kg*, lunghezza *2L=0,8 m*, dimensioni trasversali trascurabili e libera di muoversi attorno ad un estremo fisso è lasciata cadere dalla posizione orizzontale. Quando passa per la verticale urta istantaneamente ed in modo totalmente elastico con l'estremo inferiore una pallina di dimensioni trascurabili e massa *m=2M*. Calcolare:

1) Il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse di rotazione;
2) La velocità angolare dell'asta e la velocità della pallina subito dopo l'urto;
3) L'angolo massimo rispetto alla verticale raggiunto dall'asta dopo l'urto.



Esercizio 2: La distanza media del satellite Io da Giove è di $d = 422 \cdot 10^3 km$ ed il suo periodo di rivoluzione è $T = 42,5h$. Assumendo che l'orbita sia circolare, determinare la massa e la densità di Giove sapendo che il suo raggio medio è $R_G = 69 \cdot 10^3 km$ ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2 / kg^2$).

Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha(\frac{1}{3}y^2z^3\hat{\imath} + \frac{2}{3}xyz^3\hat{\jmath} + xy^2z^2\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

Esercizio 4: Una bomba di massa M=200 kg è lasciata cadere da un aeroplano che si muove ad una velocità orizzontale v=100 m/s a h=2500 m di quota. Se sulla bomba in caduta agisce una anche forza viscosa dipendente dalla velocità pari a $\vec{F} = -k\vec{v}$ con k=200 Ns/m. (??), determinare, in prima approssimazione la velocità orizzontale e verticale che ha la bomba quando arriva al suolo.

Domande:

5. Descrivere il moto di un pendolo semplice specificando la legge oraria ed il periodo.
6. Enunciare e commentare brevemente il terzo principio della dinamica.

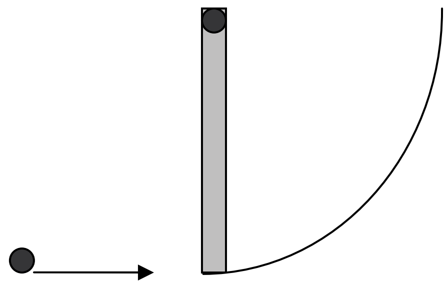
Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno una domanda. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\, m/s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

20 Marzo 2007 - **Compito C**

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa *M=0,3kg*, lunghezza *2L=0,5 m*, dimensioni trasversali trascurabili e libera di muoversi attorno ad un estremo fisso è inizialmente ferma nella posizione verticale. Una pallina di dimensioni trascurabili, massa *m=0,2M* avente velocità iniziale orizzontale *v=2 m/s*, urta istantaneamente ed in modo totalmente anelastico con l'estremo inferiore dell'asta.. Calcolare:



1. Il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse di rotazione;
2. La velocità angolare dell'asta subito dopo dell'urto;
3. La quota massima raggiunta dal centro di massa del sistema dopo l'urto.

Esercizio 2: Stimare il diametro di Marte sapendo che la sua densità media vale $\rho = 3,9 \cdot 10^3 kg/m^3$ e che una delle sue lune, Deimos, si muove su un'orbita circolare di lunghezza $C = 147 \cdot 10^3 km$ con un periodo $T = 30,3h$ ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$).

Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha((3x^2y^2z+1)\hat{\imath} + 2x^3yz\hat{\jmath} + x^3y^2\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

Esercizio 4: Una bomba di massa M=50 kg è lasciata cadere da un elicottero fermo nell'aria ad una quota di h=1500 m. Se sulla bomba in caduta agisce anche una forza viscosa dipendente dalla velocità pari a $\vec{F} = -k\vec{v}$ con k=20 Ns/m. (??), determinare la velocità della bomba quando arriva al suolo ed il lavoro della forza viscosa.

Domande:

5. Descrivere e discutere brevemente le componenti intrinseche dell'accelerazione.
6. Enunciare e commentare brevemente il principio di relatività galileiana.

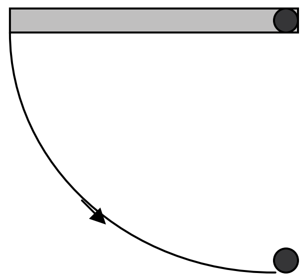
Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno una domanda. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\, m/s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

20 Marzo 2007 - **Compito D**

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa *M=0,7kg*, lunghezza *2L=0,6 m*, dimensioni trasversali trascurabili e libera di muoversi attorno ad un estremo fisso è lasciata cadere dalla posizione orizzontale. Quando passa per la verticale urta elasticamente ed istantaneamente con l'estremo inferiore una pallina di dimensioni trascurabili e massa *m=0,4M*. Calcolare:



1. Il momento d'inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione;
2. La velocità angolare dell'asta subito prima dell'urto;
3. La quota massima raggiunta dal centro di massa dell'asta dopo l'urto.

Esercizio 2: Fornire una stima (anche grossolana) per la massa di Saturno e per la sua distanza dal Sole sapendo che la distanza media Terra-Sole è di $d = 150 \cdot 10^6\, km$, che periodo di rivoluzione di Saturno è di $T_S = 29{,}5 anni$, che il raggio apparente dell'orbita del suo satellite principale, Titano, $R_{Tapp} = 8{,}5 \cdot 10^{-4} rad$ e che quest'orbita viene percorsa in $T_T = 15{,}9 g$ assumendo che tutte le orbite siano circolari ($G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\, Nm^2 / kg^2$).

Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha((y+z)\hat{\imath} + (x+z)\hat{\jmath} + (x+y)\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

Esercizio 4: Una bottiglia di massa M=0,2 kg è lasciata cadere inavvertitamente dal 10° piano di un edificio (quota iniziale h=40 m). Se sulla bottiglia in caduta agisce, oltre alla forza peso, anche una forza viscosa dipendente dalla velocità pari a $\vec{F} = -k\vec{v}$ con k=20 Ns/m., determinare la velocità della bottiglia quando arriva al suolo ed il lavoro della forza viscosa.

Domande:

5. Descrivere il moto di un punto materiale vincolato ad una molla oscillante specificandone la legge oraria ed il periodo.
6. Enunciare e commentare brevemente il secondo principio della dinamica.

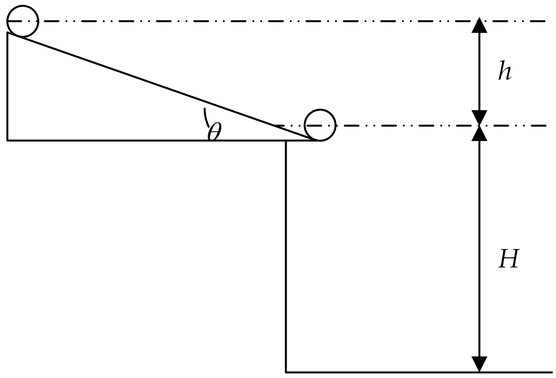
Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno una domanda. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K) - 11 Aprile 2007 - **Compito A**

Esercizi:

1) Un sasso piatto, schematizzabile come un disco omogeneo di massa M, raggio R e spessore trascurabile, inizialmente in quiete, si mette in movimento e rotola senza strisciare lungo il tetto di una casa percorrendo un piano inclinato di angolo θ rispetto all'orizzontale. Dopo che il suo centro ha percorso un tratto verticale h il sasso rotola fuori dal tetto e il suo centro percorre un altro tratto verticale $H = \frac{v_1^2 sen^2\theta}{2g}$ prima di colpire il suolo. Calcolare le espressioni delle seguenti quantità:



a) il modulo della velocità di traslazione v_1 del sasso nell'istante immediatamente precedente al distacco dal tetto;
b) il modulo della velocità v_2 del sasso nell'istante in cui tocca il suolo (si trascuri l'attrito con l'aria);
c) il tempo t_2 trascorso tra l'istante in cui il sasso si stacca dal tetto e quello in cui tocca il suolo.

2) La forza resistente che una goccia di pioggia sferica di raggio r = 2 mm incontra nell'aria quando si muove con velocità v è data dalla seguente espressione: $F = Arv + B(rv)^2$, dove i valori numerici delle costanti A e B sono rispettivamente A=3.1 10^{-4} kg/m/s e B=0.87 kg/m^3. Trascurando altre forze dovute alla presenza dell' aria determinare il valore della velocità limite, ovvero della massima velocità raggiunta dalla goccia;

3) Sia dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha\left[(2xy+z^2)\hat{\imath} + (2yz+x^2)\hat{\jmath} + (2xz+y^2)\hat{k}\right]$. Verificare se è conservativo e calcolarne in questo caso l'espressione dell'energia potenziale.

4) Un punto materiale, libero di muoversi lungo un asse x, è inizialmente fermo (a $t=0$) in $x=0\ m$ ed è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_o sen(\pi t/\tau)$ nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau$, con $a_o = 3\ m/s^2$ e $\tau = 2{,}5\ s$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau$. Determinare la velocità e la posizione del punto per $t = 5\tau$.

Domande:

5) Enunciare e commentare brevemente la seconda legge di Keplero.

6) Formulare e dimostrare il teorema di conservazione dell'energia meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno tre esercizi e rispondere ad almeno una domanda. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione.
$g = 9{,}8\ m/s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K) - 11 Aprile 2007 - **Compito B**

Esercizi:

1) Un piattello del tiro a volo, schematizzabile come un disco omogeneo di massa M, raggio R e spessore trascurabile, viene lanciato verticalmente verso l'alto con velocità angolare ω_i (che rimane costante) e velocità di traslazione v_i . Raggiunta la quota massima H il piattello viene colpito dal proiettile di un tiratore e si divide in due pezzi di massa m_1 ed $m_2 = 2m_1$. Trascurando l'attrito dell'aria calcolare:

   a) l'espressione dell'energia meccanica E posseduta dal piattello prima di essere colpito;
   b) la quota massima H raggiunta dal piattello;
   c) l'espressione della componente verticale della velocità v_2 del corpo di massa m_2 sapendo che il corpo di massa m_1 arriva a terra con componente verticale della velocità $v_{1y} = \frac{v_i}{\sqrt{2}}$, e supponendo costanti i termini rotazionali delle energie cinetiche dei due frammenti.

2) La carica elettrica dell'elettrone fu determinata confrontando la velocità massima raggiunta da gocce di olio cariche in caduta nell'aria sotto l'azione del proprio peso, rispettivamente in presenza e in assenza di un campo elettrico $\vec{E}$. Sapendo che la forza resistente dovuta all'aria vale $\vec{R} = 6\pi\eta \cdot r\vec{v}$, dove r indica il raggio della goccia, $\vec{v}$ la sua velocità ed η (che ha valore numerico $\eta = 1.81 \cdot 10^{-5}$ Kg/(ms)) la viscosità dell'aria, determinare la velocità massima v_0 per una goccia di raggio $r = 10^{-6}$ m (densità olio 875.3 kg/m^3) in assenza di campo elettrico $\vec{E}$ (si trascuri la spinta di Archimede);

3) Sia dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha\left[yz\hat{i} + xz\hat{j} + xy\hat{k}\right]$. Verificare se è conservativo e calcolarne in questo caso l'espressione dell'energia potenziale.

4) Un punto materiale, libero di muoversi lungo un asse x, è inizialmente fermo (a $t=0$) in $x=0\ m$ ed è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_o \cos(\pi t/\tau)$ nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau/2$, con $a_o = 2m/s^2$ e $\tau = 1,5\ s$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau/2$. Determinare la velocità e la posizione del punto per $t = \tau$.

Domande:

5) Enunciare e commentare brevemente la prima equazione cardinale della dinamica.
6) Enunciare e dimostrare il teorema delle forze vive.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno tre esercizi e rispondere ad almeno una domanda. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\,m/s^2$

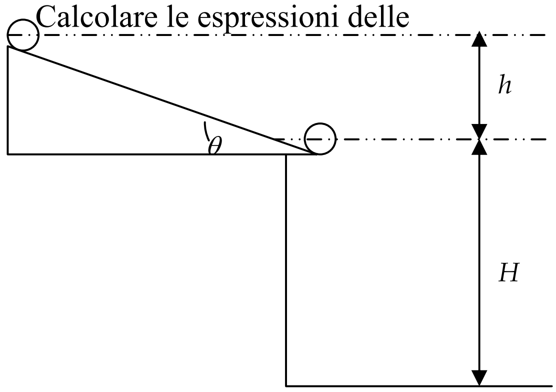
Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K) - 11 Aprile 2007 - **Compito C**

Esercizi:

1) Un sasso piatto, schematizzabile come un disco omogeneo di raggio R e di spessore trascurabile, inizialmente in quiete, si mette in movimento e rotola senza strisciare lungo il tetto di una casa percorrendo un piano inclinato di angolo θ rispetto all'orizzontale. Dopo che il suo centro ha percorso un tratto verticale h il sasso rotola fuori dal tetto con una velocità di traslazione ignota v_1 e il suo centro percorre un altro tratto verticale $H = \dfrac{v_1^2\cos^2\theta}{2g}$ prima di colpire il suolo.

Calcolare le espressioni delle



Calcolare le espressioni delle seguenti quantità:

   a. il modulo della velocità angolare ω_1 del sasso nell'istante immediatamente precedente al distacco dal tetto;
   b. il valore dell'energia cinetica T_2 del sasso nell'istante in cui tocca il suolo;
   c. il tempo t_2 trascorso tra l'istante in cui il sasso si stacca dal tetto e quello in cui tocca il suolo.

2) La forza resistente che una goccia di pioggia sferica di raggio r = 2 mm incontra nell'aria quando si muove con velocità v è data dalla seguente espressione: $F = Av + Bv^2$ dove i valori numerici delle costanti A e B sono rispettivamente A=6.2 10^{-7} kg/s e B=3.5$10^{-6}$ kg/m. Determinare il valore della velocità limite, ovvero della massima velocità raggiunta dalla goccia (si trascuri la spinta di Archimede).

3) Sia dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha\left[(2y^3 + 3zx^2)\hat{\imath} + 6xy^2\hat{\jmath} + x^3\hat{k}\right]$. Verificare se è conservativo e calcolarne in questo caso l'espressione dell'energia potenziale.

4) Un punto materiale, libero di muoversi lungo un asse x, è inizialmente fermo (a $t=0$) in $x=0$ m ed è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_o(2\tau - t)$ nell'intervallo di tempo $0 < t < 3\tau$, con $a_o = 10\, m/s^3$ e $\tau = 5\, s$ e $a(t) = 0$ per $t > 3\tau$. Determinare la velocità e la posizione del punto per $t = 5\tau$.

Domande:

5) Definire e discutere brevemente il concetto di energia potenziale.
6) Enunciare e dimostrare il teorema di Huygens – Steiner

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno tre esercizi e rispondere ad almeno una domanda. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K) - 11 Aprile 2007 - **Compito D**

Esercizi:

1) Un piattello del tiro a volo, schematizzabile come un disco omogeneo di massa M, raggio R e spessore trascurabile, viene lanciato verticalmente verso l'alto con velocità angolare ω_i (che rimane costante) e velocità di traslazione v_i . Raggiunta la quota massima H il piattello viene colpito dal proiettile di un tiratore e si divide in due pezzi di massa m_1 ed $m_2 = 3m_1$. Trascurando l'attrito dell'aria calcolare:
   a) l'espressione dell'energia cinetica T posseduta dal piattello al momento del lancio;
   b) l'espressione dell'energia potenziale posseduta dal piattello alla quota H in funzione della velocità iniziale;
   c) l'espressione della componente verticale della velocità v_1 del corpo di massa m_1 sapendo che il corpo di massa m_2 arriva a terra con componente verticale della velocità $v_{2y} = \frac{v_i}{\sqrt{3}}$, e supponendo costanti i termini rotazionali delle energie cinetiche dei due frammenti.
2) Un flusso di aria diretto dal basso verso l'alto con velocità costante v = 10 m/s sostiene una goccia di pioggia sferica di raggio r = 1 mm ad un'altezza costante dal suolo. Sapendo che la resistenza dell'aria è esprimibile dalla relazione $R = \alpha rv + \beta (rv)^2$, dove α e β sono due costanti di proporzionalità, r indica il raggio della goccia e v la sua velocità, determinare il valore numerico della costante β sapendo che $\alpha = 3.1\ 10^{-4}$ kg/m/s (suggerimento: la goccia di pioggia è in moto, con velocità costante, nel sistema di riferimento che trasla col flusso d' aria).
3) Sia dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha\left[(3x^2y + z^3)\hat{\imath} + (x^3 + 3y^2z)\hat{\jmath} + (3xz^2 + y^3)\hat{k}\right]$.Verificare se è conservativo e calcolarne in questo caso l'espressione dell'energia potenziale.
4) Un punto materiale, libero di muoversi lungo un asse x, è inizialmente fermo (a $t=0$) in $x=0$ m ed è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_o(1 - t/\tau)$ nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau$, con $a_o = 0,5\, m/s^2$ e $\tau = 1,5\, s$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau$. Determinare la velocità e la posizione del punto per $t = 5\tau$.

Domande:

5) Formulare e commentare brevemente la seconda equazione cardinale della dinamica.
6) Ricavare la terza legge di Keplero dalla legge di gravitazione universale (approssimando le orbite dei pianeti come circonferenze percorse di moto uniforme).

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno tre esercizi e rispondere ad almeno una domanda. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\, m/s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K) - 26 Giugno 2007

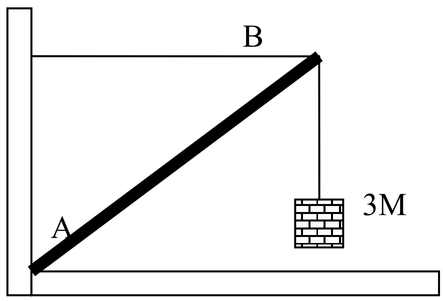
Compito A

Esercizio 1: Un'asta omogenea di massa *M,* lunghezza *2L* e dimensioni trasversali trascurabili, vincolata in un estremo ad un punto fisso P, è posta in rotazione su un piano orizzontale privo di attrito con velocità angolare iniziale avente modulo ω_o. Calcolare le espressioni delle seguenti grandezze fisiche:

1) il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse di rotazione in funzione della massa e della lunghezza dell'asta;
2) modulo, direzione e verso della reazione vincolare in P;
3) il modulo della velocità di traslazione del centro di massa v_G e della velocità angolare di rotazione ω_f quando il vincolo viene istantaneamente meno.

Esercizio 2: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha(y^2\vec{i} + 2xy\vec{j})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(L,L,-L) con il punto B(L,L,2L).

Esercizio 3: Un sistema di sollevamento pesi è costituito da una sbarra AB lunga L e di massa M, con vincolo puntuale in A ed inclinata di 45° rispetto alla verticale e sostenuta da un cavo orizzontale (vedi figura). Ad un certo istante, il sistema sostiene un peso pari a 3M. Determinare, nelle condizioni di staticità: 1) la tensione nel cavo orizzontale e 2) la reazione vincolare in A.



Domande:
1. Ricavare la terza legge di Keplero dalla legge di gravitazione universale assumendo orbite circolari.
2. Enunciare e commentare brevemente il terzo principio della dinamica.
3. Descrivere e discutere le componenti intrinseche dell'accelerazione.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

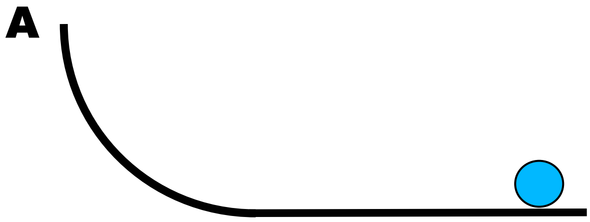
Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K) - 26 Giugno 2007

Compito B

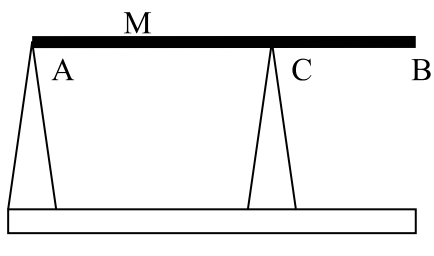
Esercizio 1: Un disco omogeneo di massa m, raggio r e spessore trascurabile rotola senza strisciare con velocità angolare avente modulo ω_o lungo una guida priva di attrito composta da un tratto rettilineo e da un quarto di circonferenza di raggio R=10r come in figura.
Calcolare le espressioni delle seguenti grandezze fisiche:

1) il valore minimo di ω_0 per il quale il disco riesce a raggiunge la sommità della guida (punto A)
2) la velocità angolare ω_A del disco quando raggiunge il punto A nel caso in cui ω_0 sia il doppio del valore minimo calcolato al punto 1).
3) l'altezza massima h raggiunta dal disco nello stesso caso contemplato al punto 2, cioè quando ω_0 è il doppio del valore minimo calcolato al punto 1).



Esercizio 2: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = (\alpha z - \beta)\vec{j} + (\alpha y + 5\beta)\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(L,-L,0) con il punto B(L,L,0).

Esercizio 3: Una corpo rigido di massa M=320 kg, approssimabile come una sbarra ideale AB di lunghezza L=6 m, e' appoggiata in orizzontale su due supporti come in figura. Sapendo che un supporto è su un estremo e l'altro (C) è ad una distanza L/3 dall'altro estremo, determinare le reazioni vincolari sui supporti (punti A e C) nell'ipotesi che tutto il sistema sia in equilibrio statico e che le reazioni vincolari siano dirette lungo la verticale.



Domande:
1. Enunciare ed esemplificare il significato del teorema di Huygens-Steiner.
2. Enunciare e commentare il teorema di conservazione dell'energia meccanica.
3. Discutere un esempio di moto armonico dopo averne riportato la definizione

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K) - 26 Giugno 2007

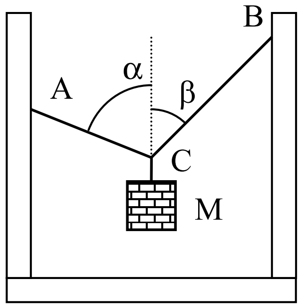
Compito C

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa *M,* lunghezza *2L* e dimensioni trasversali trascurabili è inizialmente in rotazione con velocità angolare avente modulo ω_o attorno al proprio centro di massa su un piano orizzontale privo di attrito. Ad un certo istante, l'asta urta in modo completamente anelastico ad una distanza L/2 dal centro di rotazione un punto materiale di massa M/2. Calcolare le espressioni delle seguenti grandezze fisiche:

1) la nuova posizione del centro di massa;
2) il momento d'inerzia del sistema rispetto al nuovo centro di massa;
3) il modulo della velocità angolare finale ω_f .

Esercizio 2: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = (2\alpha x - \beta yz)\vec{i} + (2\alpha y - \beta xz)\vec{j} - \beta xy\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(-2L,L,L) con il punto B(2L,L,L).

Esercizio 3: Un peso di massa M=45 kg è sostenuto attraverso due funi AC e BC che fanno rispettivamente un angolo di α=60° ed un angolo di β=45° rispetto alla verticale, come in figura. Determinare la tensione nelle funi.



Domande:
1. Spiegare le principali caratteristiche del moto armonico.
2. Discutere le equazioni cardinali della meccanica.
3. Enunciare e discutere il Teorema di Koenig.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\, m/s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

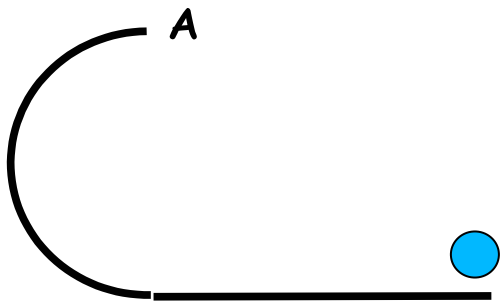
CdL in Ingegneria Civile (A-K) - 26 Giugno 2007

Compito D

Esercizio 1: Un disco omogeneo di massa *m*, raggio *r* e spessore trascurabile rotola senza strisciare con velocità angolare avente modulo ω_o lungo una guida priva di attrito composta da un tratto rettilineo e un tratto semicircolare di raggio R=*10*r* come in figura.

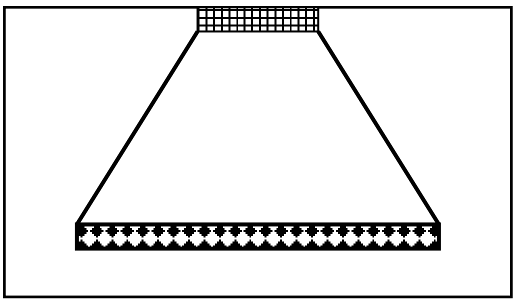
Sapendo che la velocità angolare iniziale del disco è sufficiente a fargli percorrere tutta la guida uscendone con velocità non nulla, calcolare le espressioni delle seguenti grandezze fisiche:

1) la velocità angolare di rotazione ω_A del disco nel punto A alla sommità della guida in funzione della velocità angolare iniziale;
2) la reazione vincolare nello stesso punto A;
3) l'energia del disco nell'istante in cui tocca terra;



Esercizio 2: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha(y+z)\vec{i} + \alpha(x+z)\vec{j} + \alpha(x+y)\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(-L,-L,L) con il punto B(-L,2L,L).

Esercizio 3: Una sbarra di massa M e lunghezza 3L è sostenuta da due cavi uguali lunghi 2L e fissati al soffitto in due punti distanti L tra loro, come in figura. Determinare la tensione nei cavi e la reazione vincolare complessiva del soffitto.



Domande:

1. Discutere la legge di gravitazione universale sottolineandone la relazione con la forza peso.
2. Dimostrare il teorema delle forze vive.
3. Discutere il moto di un corpo soggetto ad una forza elastica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

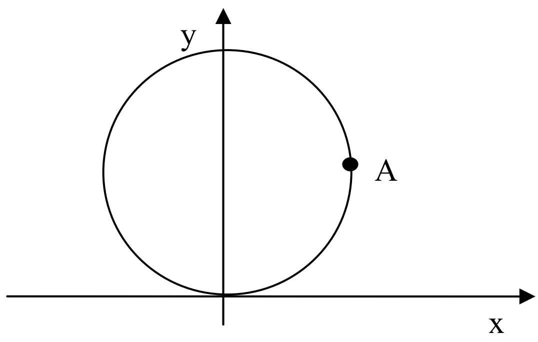
Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K) - 16 Luglio 2007

Compito A

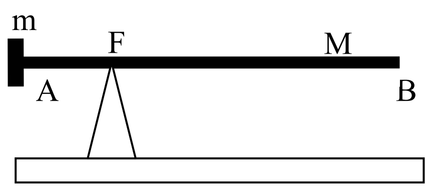
Esercizio 1: Una ruota omogenea, di raggio R, massa M e spessore d<<R, è appoggiata in verticale su un piano orizzontale ed è inizialmente ferma. In un punto A sul bordo della ruota, inizialmente alla stessa altezza del suo centro, è presente una massa puntiforme di valore M/2. Al tempo t=0 il sistema, fermo nella posizione descritta, viene lasciato libero di muoversi. Ipotizzando che vi sia sufficiente attrito sul punto di contatto, in modo che si abbia un moto di rotolamento senza strisciare, si indichi e si calcoli:

1) si indichi se il moto del centro della ruota sarà: a) uniformemente accelerato; b) rettilineo ed armonico; c) rettilineo e periodico, ma non armonico; d) circolare; e) nessuno dei precedenti;
2) Si calcoli la massima distanza raggiunta dal centro della ruota rispetto alla posizione iniziale;
3) Si calcoli la velocità angolare della ruota nel momento in cui il punto A si trova a contatto con il suolo;
4) Si calcoli l'accelerazione angolare della ruota nell'istante iniziale (t=0);
5) Si calcoli la posizione del centro di massa del sistema quando il punto A si trova a contatto con il suolo.



Esercizio 2: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha(2xy\vec{i} + x^2\vec{j})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(L,0,-L) con il punto B(L,L,2L).

Esercizio 3: Una sbarra AB lunga L=2,6 m e di massa M=30 kg è appoggiata su un fulcro F ad una distanza L/4 da un bordo. Sull'estremo del lato più corto (A) è presente una massa m. Determinare 1) il valore di m affinché il sistema sia in equilibrio stabile e 2) la reazione vincolare del fulcro.



Domande:
1. Discutere le equazioni cardinali della meccanica.
2. Discutere le caratteristiche delle forze d'attrito.
3. Discutere il terzo principio della meccanica.

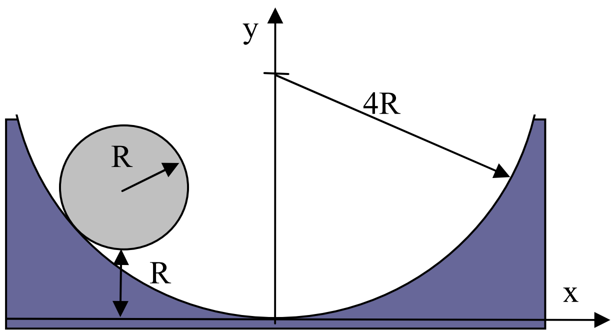
Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K) - 16 Luglio 2007

Compito B

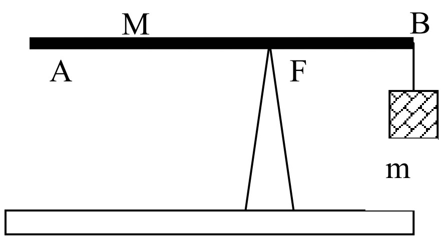
Esercizio 1: Una ruota omogenea, di raggio R, massa M e spessore d<<R, è appoggiata in verticale su una scanalatura avente un raggio di curvatura pari a 4R, come in figura. La ruota è inizialmente in quiete ad una altezza pari a R rispetto al punto più basso della scanalatura, preso come origine di un SRI; il centro della ruota si trova quindi nel punto di coordinate $\left(-\sqrt{5}R, 2R\right)$. Al tempo t=0 il sistema, fermo nella posizione descritta, viene lasciato libero di muoversi. Ipotizzando che vi sia sufficiente attrito sul punto di contatto, in modo che si abbia un moto di rotolamento senza strisciare, si indichi e si calcoli:



1) si indichi se il moto del centro della ruota sarà: a) uniformemente accelerato; b) curvo ed armonico; c) curvo e periodico, ma non armonico; d) circolare; e) nessuno dei precedenti;
2) Si calcoli la massima distanza in x raggiunta dal *centro della ruota* rispetto alla posizione iniziale;
3) Si calcoli la velocità angolare della ruota nel momento in cui tocca l'origine del SRI;
4) Si calcoli la reazione vincolare quando la ruota passa per l'origine del SRI;
5) Si calcoli l'accelerazione angolare della ruota nell'istante iniziale (t=0);

Esercizio 2: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha(z\hat{\imath} - z\hat{\jmath} + (x-y)\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(L,0,L) con il punto B(L,L,L).

Esercizio 3: Un corpo rigido di massa M=240 kg, approssimabile come una sbarra ideale AB di lunghezza L=6 m, e' appoggiato in orizzontale su un supporto come in figura. Sapendo che il supporto è ad una distanza L/3 dall'estremo B in cui è appeso una massa m, determinare 1) il valore della massa m sapendo che il sistema è in equilibrio statico e 2) il valore della reazione vincolare in F.



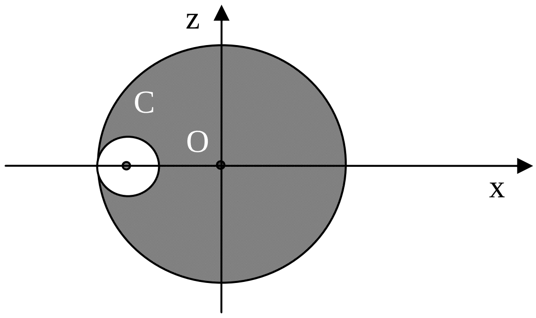
Domande:
1. Enunciare il teorema di Huygens-Steiner e fornire qualche esempio.
2. Enunciare e commentare il teorema di conservazione dell'energia meccanica.
3. Enunciare e commentare il primo principio della dinamica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Fisica Generale L-A - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K) - 12 Settembre 2007

Esercizio 1: Sia dato il sistema rappresentato in figura e schematizzabile come un disco di spessore trascurabile, centro O e raggio $4R$, dotato di un foro, anch'esso circolare, di raggio R=6 cm, il cui centro C disti $3R$ dal punto O. Supponendo che il sistema abbia una distribuzione di massa omogenea di densità superficiale $\sigma=8\ kg/m^2$, calcolare le espressioni ed i valori delle seguenti grandezze fisiche:



1) la posizione del centro di massa del sistema rispetto ad una terna di assi cartesiani coordinati Oxyz, aventi origine in O e con l'asse delle ascisse individuato dal vettore (O-C);
2) il momento di inerzia del sistema rispetto al punto O.

Supponendo che il sistema sia posto in un piano verticale e vincolato da un perno nel punto O calcolare le espressioni ed i valori:

3) del momento rispetto al punto O della forza peso agente sul sistema;
4) della posizione del centro di massa una volta raggiunto l'equilibrio statico.

Esercizio 2: Verificare se il campo di forze:

$$\vec{F}(x,y,z)=\alpha\left(yz^2\left(2xy+z^2\right)\hat{\imath}+xz^2\left(2xy+z^2\right)\hat{\jmath}+2xyz\left(xy+2z^2\right)\hat{k}\right)$$

è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(L,0,-L) con il punto B(L,L,2L).

Esercizio 3: In un opportuno sistema di riferimento in cui l'asse z è verticale è posta un'asta, di lunghezza L=0,5 m e massa M=8 kg, con un estremo nell'origine del sistema ed un secondo estremo nel punto A(L,0,0). Sapendo che sull'asta agiscono la forza peso, una forza $\vec{F}_A=(100\hat{\imath}+30\hat{k})N$ che agisce sul punto A, ed una forza ignota $\vec{F}_B$ che agisce su un punto B della sbarra, determinare la forza $\vec{F}_B$ e le coordinate di B sapendo che la sbarra è in equilibrio statico.

Domande:

1. Descrivere il moto di un proiettile, assimilabile ad un punto materiale di massa *m*, lanciato, in assenza di attriti, nel campo gravitazionale ad una quota *h* con una velocità parallela al suolo e di modulo pari a *v*.
2. Enunciare e spiegare il significato della legge di conservazione dell'energia meccanica.
3. Discutere il terzo principio della meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g=9{,}8\,m/s^2$

Esame scritto di Fisica Generale LA

proff. A.Bertin, A.Vitale, M.Villa. A.Zoccoli, N.Semprini

10 Dicembre 2007

Esercizio 1:Un corpo puntiforme di massa M, partendo da fermo, scivola lungo un piano liscio ed inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale. Dopo un tratto *l* urta una molla, ideale e di massa trascurabile, alla quale rimane attaccato. La molla ha costante elastica K. Trascurando tutti gli attriti, calcolare:

1) Modulo, direzione e verso della reazione vincolare $\vec{R}$ del piano;
2) L'espressione del lavoro L compiuto dalla forza di gravità durante il tratto *l*;
3) L'espressione della deformazione massima, Δx, della molla;
4) Il valore di Δx nel caso in cui: M=0.5 kg, *l*=3m, θ=45° e K=400 N/m.

Esercizio 2: Un corpo è soggetto al campo di forze $\vec{F}(x,y) = \alpha(y^2 - x^2)\vec{i} + 3\alpha xy\vec{j}$. Calcolare il lavoro fatto da $\vec{F}$ quando il corpo si muove dal punto A=(0,0) al punto B=(2L,4L) lungo i due percorsi seguenti:

a) lungo l'asse *x* da A a (2L,0) e poi parallelamente all'asse y fino a B;
b) lungo l'asse *y* da A a (0,4L) e poi parallelamente all'asse x fino a B.

Il campo è conservativo? Se sì, calcolarne l'energia potenziale.

Domande:

1. Definire i sistemi isolati ed enunciarne le proprietà. Il sistema descritto nell'esercizio 1) è isolato?
2. Enunciare le equazioni cardinali della dinamica; specificarle al caso di un corpo rigido in rotazione attorno a un asse fisso e spiegare il significato fisico dei simboli usati.
3. La velocità di rivoluzione di un satellite in orbita attorno alla terra dipende dalla sua massa? Giustificare la risposta.

Soluzioni:
Esercizio 1:

1) $\vec{R} = Mg\cos\theta\sin\vartheta\vec{i} + Mg\cos\theta\cos\theta\vec{j}$ nel SR del laboratorio. In altre parole, la reazione vincolare ha modulo R=Mgcosθ, è diretta perpendicolarmente al piano inclinato, e punta verso l'alto

2) Il lavoro compiuto dalla forza di gravità sul corpo M è uguale alla variazione della sua energia cinetica e quindi alla variazione della sua energia potenziale. Nel tratto *l*:

$$L = Mgl\sin\theta$$

3)La compressione della molla è massima quando la massa M si ferma. Durante la compressione M si abbassa di un ulteriore tratto Δxsinθ. Poiché tutte le forze in gioco sono conservative possiamo risolvere il problema imponendo che l'energia totale meccanica all'inizio della compressione (data dall' energia cinetica e dall'energia potenziale della massa) sia uguale all'energia totale meccanica alla fine della compressione (data dall'energia potenziale della molla):

$$Mgl\sin\vartheta + Mg\Delta x\sin\vartheta = \frac{1}{2}K(\Delta x)^2$$

$$(\Delta x)^2 - \frac{2Mg\sin\vartheta}{K}(\Delta x) - \frac{2Mgl\sin\vartheta}{K} = 0$$

$$\Delta x = \frac{Mg\sin\vartheta}{K} + \sqrt{\left(\frac{Mg\sin\vartheta}{K}\right)^2 + \frac{2Mgl\sin\vartheta}{K}}$$

Se qualcuno volesse trascurare il fatto che durante la compressione della molla il corpo continua ad abbasarsi (o più semplicemente non se ne accorge), la soluzione sarebbe:

$$Mgl\sin\vartheta = \frac{1}{2}K(\Delta x)^2$$

$$(\Delta x)^2 = \frac{2}{K}Mgl\sin\vartheta$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{2}{K}Mgl\sin\vartheta}$$

4) Sostituendo i dati nell'espressione di cui al punto 3) si ottiene: *Δ*x=23,7 cm nel caso esatto, e Δx=22,8 cm nel caso approssimato

Esercizio 2:

a) $L = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s} = -\alpha\int_0^{2L} x^2dx + 6L\alpha\int_0^{4L} ydy = -\frac{\alpha}{3}(2L)^3 + 3L\alpha(4L)^2 = \frac{136}{3}\alpha L^3$

b) $L = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s} = \alpha\int_0^{2L}(16L^2 - x^2)dx = \alpha 16L^2\cdot 2L - \frac{\alpha}{3}(2L)^2 = (32 - \frac{8}{3})\alpha L^3 = \frac{88}{3}\alpha L^3$

Il campo non è conservativo