Fisica Generale T2 - Prof. Mauro Villa

CdL in Ingegneria Elettronica e Telecomunicazioni

14 Gennaio 2019

Scritto - Onde

Esercizi:

1) Una corda di chitarra, di lunghezza $L = 660\,\mathrm{mm}$ e di massa lineare $\mu = 0.3\,\mathrm{g/m}$, sta vibrando nel suo modo fondamentale ν_0. Il punto P di mezzo della corda ha una massima accelerazione traversa pari a $a_{max} = 8.4 \cdot 10^3\,\mathrm{m/s^2}$ e una massima velocità di $v_{max} = 3.8\,\mathrm{m/s}$. Calcolare:
   a) l'ampiezza A dell'onda;
   b) la velocità v delle onde sulla corda;
   c) l'energia immagazzinata nella corda.

2) Un'antenna della potenza $P = 25\,\mathrm{W}$ emette radiazioni elettromagnetiche di frequenza $\nu = 1800\,\mathrm{MHz}$, in tutte le direzioni. Un ricevitore metallico piano di area $A = 2\,\mathrm{cm^2}$ (e spessore trascurabile) è posto a $L = 1200\,\mathrm{m}$ di distanza.
   a) Calcolare la lunghezza d'onda della radiazione.
   b) Calcolare l'energia che arriva sul ricevitore in un'ora nei tre casi:
      - il suo piano è perpendicolare alla retta che lo congiunge con l'antenna;
      - il piano è inclinato di 30° rispetto alla posizione precedente;
      - il piano è inclinato di 90°.
   c) Calcolare l'ampiezza del campo elettrico nella posizione del ricevitore.

3) Si consideri un dispositivo alla Young con due fenditure distanti $d = 12\,\mathrm{mm}$. Il sistema è illuminato con una luce monocromatica di lunghezza $\lambda = 600\,\mathrm{nm}$. Determinare:
   1) la posizione angolare del massimo di ordine $m = 2$ su uno schermo molto distante dal piano delle fenditure;
   2) nel dispositivo si apre una fenditura aggiuntiva a metà distanza tra le due precedenti; disegnare la figura di interferenza risultante, confrontandola con il caso di due fenditure.

Domande:

1) Descrivere brevemente l'effetto Doppler.
2) Definire l'impedenza in generale e discutere almeno una relazione in cui compare l'impedenza.
3) Spiegare il fenomeno della polarizzazione. In quali condizioni si ha la polarizzazione circolare?

Costanti: $v_{\text{suono}} = 340\,\mathrm{m/s}$, $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$.

Svolgimenti e soluzioni:

1) a. Sia $\psi(x,t) = A\ \sin(kx)\ \cos(\omega t)$ l'onda stazionaria fondamentale, di estremi $x = 0$ e $x = L$. Ovviamente per tale onda conosciamo già la lunghezza d'onda:

$$\lambda = 2L = 1.32\,\mathrm{m}$$

e quindi anche il numero d'onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 4.76\,\frac{1}{\mathrm{m}}\ .$$

Il punto centrale è caratterizzato da $x = L/2$, dove $\sin(kx) = 1$.
La velocità verticale di tale punto è. $v_P(t) = (\frac{\partial\psi}{\partial t})_{x=L/2} = A\ \omega\ \cos(\omega t)$
e la sua accelerazione è $a_P(t) = (\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2})_{x=L/2} = -\,A\ \omega^2\ \sin(\omega t)$.
I valori massimi di velocità e di accelerazione sono quindi

$$v_{max} = A\ \omega \qquad \text{e} \qquad a_{max} = A\ \omega^2\ .$$

Si può quindi trovare:

$$\omega = \frac{a_{max}}{v_{max}} = 2210\,\mathrm{Hz} \qquad \text{e} \qquad A = \frac{v_{max}^2}{a_{max}} = 1.72\,\mathrm{mm}\ .$$

b. Dalla pulsazione si trova la frequenza fondamentale

$$\nu_0 = \frac{\omega}{2\pi} = 352\,\mathrm{Hz}$$

quindi

$$v = \lambda\nu_0 = \frac{2\,L\,a_{max}}{2\,\pi\,v_{max}} = 464\,\mathrm{m/s}\ .$$

c. L'energia immagazzinata nella corda è

$$E = \frac{1}{4}\,m\,\omega^2\,A^2 = \frac{1}{4}\mu\,L(\frac{a_{max}}{v_{max}}\frac{v_{max}^2}{a_{max}})^2 = \frac{1}{4}\mu\,L\,v_{max}^2 = 715\,\mu\mathrm{J}\ .$$

2) a. La lunghezza d'onda, ricordando che per un'onda elettromagnetica la velocità corrisponde a quella della luce, è data da

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}{1800 \cdot 10^6\,1/\mathrm{s}} = 0.167\,\mathrm{m}$$

b. La potenza si distribuisce uniformemente in tutte le direzioni, e quindi con simmetria sferica. Allora a distanza L, sarà:

$$I = \frac{P}{\Sigma} = \frac{P}{4\,\pi\,L^2} \qquad \text{dove } \Sigma \text{ è la superficie attraversata dall'onda}$$

La potenza che investe il ricevitore di area A è data da

$$P_1 = I \cdot S = \frac{P \cdot S}{4\,\pi\,L^2}$$

quindi l'energia che arriva sul ricevitore sarà proprio

$$E_1 = \Delta t \cdot P_1 = \Delta t \cdot \frac{P \cdot S}{4\,\pi\,L^2} \quad .$$

Quando il ricevitore è perpendicolare al flusso di energia:

$$E_1 = \Delta t \cdot \frac{P \cdot S}{4\,\pi\,L^2} = 3600\,\mathrm{s} \cdot \frac{25\,\mathrm{W} \cdot 2\,\mathrm{cm}^2}{4\,\pi\,(12 \cdot 10^2)^2\,\mathrm{cm}^2} = 1 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{J} = 1\,\mu\mathrm{J} \quad .$$

Quando il ricevitore è ruotato di $\theta = 30°$ rispetto alla perpendicolare alla retta congiungente l'antenna e il ricevitore:

$$E_2 = E_1 \cos\theta = 0.86\,\mu\mathrm{J} \quad .$$

Quando il ricevitore è ruotato di $\theta = 90°$, cioè è parallelo alla direzione congiungente l'antenna e il ricevitore:

$$E_3 = E_1 \cos\theta = 0\,\mu\mathrm{J} \quad .$$

c. Sapendo la relazione che lega l'intensità all'ampiezza del campo elettrico:

$$I = \frac{E_0^2}{2Z_0} = \frac{P}{4\pi L^2}$$

allora possiamo ricavare l'ampiezza:

$$E_0 = \sqrt{\frac{Z_0 \cdot P}{2\pi L^2}} = 0.032\,\mathrm{V/m}$$

3) a. Nel caso dell'interferenza sappiamo che

$$d\ \sin\theta = m\,\lambda$$

quindi:

$$\sin\theta = \frac{m\,\lambda}{d} = \frac{2 \cdot 600\,\mathrm{nm}}{12\,\mathrm{mm}} = 10^{-4}$$

Potendo utilizzare l'approssimazione per piccoli angoli ($\sin\theta \simeq \theta$), si può dire che

$\theta \simeq 10^{-4}$.