

Fisica Generale T2 - Prof. Mauro Villa

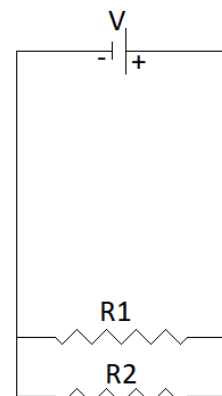
CdL in Ingegneria Elettronica e Telecomunicazioni

11 Febbraio 2019

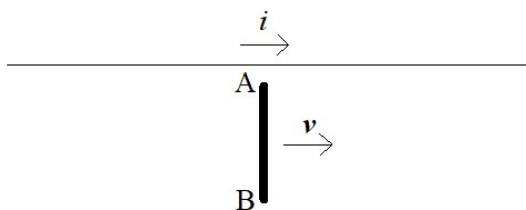
Scritto - Elettromagnetismo

Esercizi:

- 1) Un circuito elettrico è composto da un generatore ($V = 24 \text{ V}$) e due resistenze $R_1 = 30 \Omega$ e $R_2 = 75 \Omega$, disposti come in figura. I due rami esterni del circuito sono distanti 2 cm tra loro e sono molto lunghi ($L = 4 \text{ m}$) rispetto alla rispettiva distanza, rendendo eventuali effetti di bordo trascurabili e le due resistenze hanno una distanza tra loro trascurabile. Determinare:
- le correnti passanti nelle due resistenze;
 - la forza magnetica subita da ciascun filo lungo a causa della corrente passante e il verso della stessa;
 - il momento di dipolo magnetico $\vec{\mu}$ associato alla maglia più grande.



- 2) Una sbarretta AB, di materiale conduttore e di sezione $S = 1 \text{ mm}^2$, è posta perpendicolarmente a un filo infinito su cui scorre una corrente $i = 10 \text{ A}$. Sapendo che la sbarretta si muove con velocità di modulo $v = 5 \text{ m/s}$ parallelamente al filo (vedi figura) e che gli estremi A e B distano dal filo rispettivamente 2 cm e 10 cm , si calcoli:
- la differenza di potenziale tra i punti A e B;
 - la carica accumulata negli estremi A e B;
 - il vettore di Poynting (modulo, direzione e verso) nel centro C della sbarretta.



Domande:

- Spiegare la differenza tra materiale diamagnetici e paramagnetici.
- Spiegare, con qualche esempio concreto, la legge di Lenz.
- In quali casi agisce una forza risultante su una spira percorsa da corrente e immersa in un campo magnetico?

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Negli esercizi occorre spiegare i passi principali che conducono alle soluzioni.

Nel caso servano, si usino i valori $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2)$ e $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N s}^2/\text{C}^2$.

Svolgimenti e soluzioni:

1) a. Le due resistenze sono poste in parallelo, quindi

$$i_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{24 \text{ V}}{30 \Omega} = 0.8 \text{ A}$$
$$i_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{24 \text{ V}}{75 \Omega} = 0.32 \text{ A}$$

Per la legge dei nodi, la corrente sui due tratti di lunghezza L è

$$i = i_1 + i_2 = 1.12 \text{ A} .$$

b. La forza magnetica che si esercita tra questi due tratti è

$$|\vec{F}| = \frac{\mu_0 i^2 L}{2\pi d} = \frac{4\pi 10^{-7} \text{ N/A}^2 \cdot (1.12)^2 \text{ A}^2 \cdot 4 \text{ m}}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

ed agisce nel piano dei fili, in modo perpendicolare ad essi ed ha verso tale da allontanare i fili tra loro.

c. Il momento di dipolo magnetico associato alla maglia più grande si trova considerando quest'ultima come una spira di area S e su cui scorre una corrente i

$$\vec{\mu} = i\vec{S}$$

Allora il modulo del momento sarà:

$$|\vec{\mu}| = iS = i \cdot L \cdot d = 1.12 \text{ A} \cdot 4 \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 8.96 \cdot 10^{-2} \text{ A m}^2$$

con direzione perpendicolare al piano della spira e verso dato dalla regola della mano destra (considerando il verso della corrente, il verso del momento risulta essere entrante nel piano).

2) a. Il campo magnetico generato dal filo in un punto a distanza generica x della sbarretta vale

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}$$

Quindi sul generico punto viene esercitata una forza di Lorentz di modulo

$$F = qvB \quad \text{e diretta verso l'alto.}$$

Di conseguenza, le cariche negative vengono accumulate verso il basso e il potenziale decresce allontanandosi dal filo.

$$\Delta V = \varepsilon = \int_a^b E dx = \int_a^b \frac{F}{q} dx = \int_a^b vB dx =$$

$$= \int_a^b v \frac{\mu_0 i}{2\pi x} dx = \frac{v \mu_0 i}{2\pi} \ln \frac{b}{a} = \frac{5 \text{ m/s } 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \cdot 10 \text{ A}}{2\pi} \ln 5 = 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ V}$$

b. Applicando il teorema di Gauss alle superfici delle sezioni A e B della sbarretta, otteniamo che il campo elettrico generato dalle cariche accumulate agli estremi è:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{dove } \sigma = \frac{Q}{S}.$$

Ma sappiamo anche che nella sbarretta c'è un campo elettrico indotto ($E = vB$) che dovrà uguagliare quello generato dalle cariche. Quindi per i due estremi possiamo scrivere:

$$\frac{\sigma_a}{\epsilon_0} = v \frac{\mu_0 i}{2\pi a}$$

$$\begin{aligned} Q_a &= \sigma_a \cdot S = v \frac{\mu_0 \epsilon_0 i}{2\pi a} \cdot S = \\ &= 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 \cdot 10 \text{ A}}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 0.4 \cdot 10^{-20} \text{ C} \end{aligned}$$

$$\frac{\sigma_b}{\epsilon_0} = v \frac{\mu_0 i}{2\pi b}$$

$$\begin{aligned} Q_b &= \sigma_b \cdot S = v \frac{\mu_0 \epsilon_0 i}{2\pi b} \cdot S = \\ &= 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 \cdot 10 \text{ A}}{2\pi \cdot 10^{-1} \text{ m}} \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 0.01 \cdot 10^{-20} \text{ C} \end{aligned}$$

c. Per calcolare il vettore di Poynting nel punto C della sbarretta, bisogna prima calcolare il campo elettrico e il campo magnetico in quel punto, dato che

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}$$

Il punto C si trova a una distanza $x_C = c + a = \frac{b-a}{2} + a = 6 \text{ cm}$

Allora il modulo del vettore S nel punto C sarà dato da:

$$|\vec{S}| = \frac{E_C \cdot B_C}{\mu_0} = v \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi x_C} \right)^2 \frac{1}{\mu_0} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \left(\frac{10 \text{ A}}{2\pi \cdot 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \right)^2 = 11 \cdot 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

ed ha direzione e verso uguali a quelli del vettore velocità.