# Fisica Generale TA - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

I parziale - 8 Aprile 2009 Compito A

**Esercizio 1:** La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 2\cos(\omega t)\hat{\imath} + \sin(\omega t)\hat{\jmath} + \omega t\hat{k}$ $(m)$ con $\omega = 5\,s^{-1}$ , $t$ espresso in secondi ed $\vec{r}$ in metri. Determinare:

1) la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo,
2) il raggio di curvatura della traiettoria per *t=0 s*.

$\vec{v}(t) =$ $\vec{a}(t) =$
$R =$

**Esercizio 2:** Un punto materiale, inizialmente (per t=0 s), in *x=0* è soggetto ad una velocità pari a $v(t) = \dot{x} = v_o \sin(\omega t)$ per $t > 0$, con $v_o = 0{,}5\,m/s$ e $\omega = 0{,}2\,s^{-1}$.

Determinare la legge del moto $x(t)$, indicarne l'eventuale periodicità e la massima distanza percorsa dal punto iniziale.

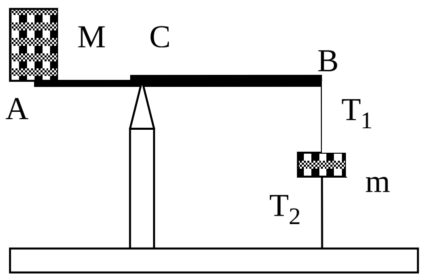
$x(t) =$
D=

**Esercizio 3:** Un bombardiere sta volando ad una quota di h=6000 m rispetto al suolo pianeggiante con una velocità v=500 km/h. La sua missione è quella di colpire con una bomba a caduta libera un bersaglio posto sul terreno. Trascurando ogni attrito determinare

1) il tempo di caduta della bomba,
2) la velocità di arrivo della bomba al suolo,
3) a quale distanza in orizzontale deve essere sganciata la bomba per poter colpire correttamente il bersaglio?

Tb=
Vb=
D=

**Esercizio 4:** Un sistema di sollevamento pesi è schematizzabile come una sbarra orizzontale AB di massa trascurabile, lunga *l=12 m*, appoggiata su un perno C (vincolo puntuale) a *l/3* dall'estremo A sul quale è posta una massa M=50 kg. All'estremo opposto si colloca una massa m=18 kg sostenuta tramite un filo in estensibile e collegata a terra (vincolo puntuale) da un altro filo in estensibile. Sapendo che il sistema e' in equilibrio statico, determinare le tensioni T1 e T2 nei fili e la reazione vincolare in C.




T1= T2= Rv=

**Domande:**

5) Cosa è un vincolo ruvido?
6) Spiegare il primo principio della dinamica.
7) Cos'è l'analisi dimensionale? Quando è utile?

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione.* $g = 9{,}8\,m/s^2$

# Fisica Generale TA - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Civile (A-K)

I parziale - 8 Aprile 2009 Compito B

**Esercizio 1:** La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 2(1-e^{-t/\tau})\hat{\imath} + (t/\tau - 1)^2\,\hat{\jmath} - (t/\tau)e^{-t/\tau}\hat{k}$ $(m)$ con $t$ espresso in secondi, $\vec{r}$ in metri e $\tau = 5s$.
Determinare:
1) la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo,
2) il raggio di curvatura della traiettoria per $t = \tau$.

| $\vec{v}(t) =$ | $\vec{a}(t) =$ |
|---|---|
| $R =$ | |

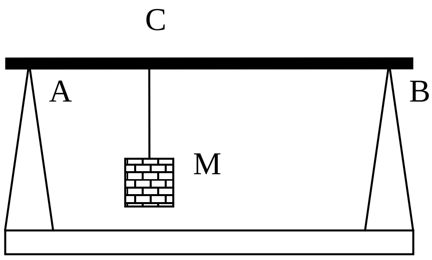
**Esercizio 2:** Un punto materiale, inizialmente (per t=0 s) fermo in *x=0,* è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_o \frac{t}{\tau}\left(1 - \frac{t}{\tau}\right)$ nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau$, con $\tau = 2\,s$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau$. Determinare la legge del moto $x(t)$, la posizione raggiunta e la velocità per $t = 2\tau$.

| $x(t) =$ | $x(2\tau) =$ | $\mathrm{v}(2\tau) =$ . |
|---|---|---|

**Esercizio 3: :** Un proiettile di massa M viene sparato orizzontalmente da fermo da un cannone posto su una altura che si eleva di *h=100 m* rispetto alla pianura circostante. Determinare:

1) il modulo *v* della velocità (Vi) con cui si deve sparare il proiettile affinché colpisca un bersaglio nella pianura e che dista orizzontalmente dal cannone di *D=520 m*; 2) il tempo T impiegato dal proiettile a raggiungere il bersaglio; 3) la velocità scalare del proiettile quando colpisce il bersaglio (Vf).

| Vi= | T= | Vf= |
|---|---|---|




**Esercizio 4:** Una sbarra ideale di massa trascurabile e' appoggiata in orizzontale su due supporti verticali come in figura. Sapendo che la distanza tra i supporti è di L=4 m e che a L/4 da un supporto è appesa, tramite un filo inestensibile una massa M=16 kg, determinare le reazioni vincolari sui supporti (punti A e B) nell'ipotesi che tutto il sistema sia in equilibrio statico.

| RV(A)= | RV(B)= |
|---|---|

**Domande:**
5) Descrivere le caratteristiche fondamentali del moto armonico.
6) Spiegare il principio delle azioni indipendenti.
7) Spiegare l'utilità del modello del punto materiale.

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione.* $g = 9{,}8\,m/s^2$

# Esame scritto di Fisica Generale LA, TA
# SECONDO PARZIALE

**INGEGNERIA CIVILE (A-K)**

**prof M. Villa**

12/06/2009

## (1)

**Esercizio 1:** Calcolare la massa di un pianeta sapendo che il raggio vale $R_P = 5\ 10^5$ km e la velocità di fuga è pari a 1/3 di quella terrestre.

(*Si ricordi che* $M_T = 5.97\ 10^{24}$ kg *e* $R_T = 6.37\ 10^6$ km)

**Esercizio 2:** Stabilire se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha\vec{\imath} + 2\beta(z-y)\vec{\jmath} + 2\beta y\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti α e β.

**Esercizio 3:** Su di un piano orizzontale si muovono quattro punti materiali di massa e velocità rispettivamente:

$$M_1 = 2m \quad \vec{v}_1 = -v_0\vec{\imath}$$
$$M_2 = m \quad \vec{v}_2 = v_0\vec{\jmath}$$
$$M_3 = 3m \quad \vec{v}_3 = 2v_0\vec{\imath}$$
$$M_4 = m \quad \vec{v}_4 = -4v_0\vec{\jmath}$$

Supponendo che ad un certo istante si urtino in modo completamente anaelastico, calcolare:

a) la velocità finale del sistema dopo l’urto;

b) la variazione di energia cinetica del sistema.

**Domande:**

1) Enunciare e spiegare il significato della seconda equazione cardinale della meccanica.
2) Descrivere il moto armonico e farne un esempio.
3) Definire il momento di inerzia e discuterlo.

# Esame scritto di Fisica Generale LA, TA
# SECONDO PARZIALE

**INGEGNERIA CIVILE (A-K)**

**prof M. Villa**

12/06/2009

## (2)

**Esercizio 1:** Calcolare la massa del Sole sapendo che il periodo di rivoluzione della Terra è di 365 giorni e che il raggio dell'orbita vale $R = 1.49\ 10^{11}$ m.

(*Si approssimi l'orbita con una circonferenza e si ricordi che* $G = 6.67\ 10^{-11}$ N m$^2$/kg$^2$)

**Esercizio 2:** Stabilire se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha(2z - y)\hat{\imath} - (\alpha x + 2\beta)\hat{\jmath} + 2\alpha x\hat{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti α e β.

**Esercizio 3:** Due punti materiali di massa $m_1$ = 3 kg ed $m_2$ = 9 kg sono vincolati a muoversi lungo una retta. Ad un certo istante urtano elasticamente con dissipazione di energia pari a ΔE. Sapendo che l'energia iniziale del sistema vale $E_i = 46.5$ J e la velocità di $m_1$ prima dell'urto è $v_1^i = 2$ m/s e dopo l'urto $v_1^f = 5$ m/s in direzione opposta, calcolare:

a) la velocità finale di $m_2$;

b) la perdita di energia $\Delta E$ nel caso in cui la massa $m_2$ dimezzi la sua velocità.

**Domande:**

1) Descrivere il moto di un pendolo semplice in regime di piccole oscillazioni.

2) Enunciare il teorema delle forze vive.

3) Enunciare e spiegare il secondo teorema del centro di massa.

# Esame scritto di Fisica Generale LA, TA
# SECONDO PARZIALE

**INGEGNERIA CIVILE (A-K)**

**prof M. Villa**

12/06/2009

## (3)

**Esercizio 1:** Calcolare il raggio del pianeta Giove sapendo che la massa vale $M_G = 1.9\ 10^{27}$ kg e la velocità di fuga è pari a 27/5 di quella terrestre.

(*Si ricordi che* $M_T = 5.97\ 10^{24}$ kg *e* $R_T = 6.37\ 10^3$ km)

**Esercizio 2:** Stabilire se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -2\alpha y\hat{\imath} + 2\alpha(y-x)\hat{\jmath} + \beta\hat{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti α e β.

**Esercizio 3:** Un punto materiale di massa $M = 4m$ si muove su di un piano orizzontale con velocità $\vec{v} = 2v_0\hat{\imath} - v_0\hat{\jmath}$. Ad un certo istante si divide in due parti di massa $M_1 = m$ e $M_2 = 3m$. Sapendo che dopo l'urto la massa $M_1$ si muove con velocità $\vec{v}_1 = 2v_0\hat{\jmath}$ determinare:

*a)* la velocità della massa $M_2$;

**b)** l'energia rilasciata nell'esplosione.

**Domande:**

1) Descrivere il moto circolare uniforme e farne un esempio.

2)Enunciare e spiegare il significato della prima equazione cardinale della meccanica.

3)Enunciare e spiegare il teorema di Huygens-Steiner

# Esame scritto di Fisica Generale LA, TA
# SECONDO PARZIALE

**INGEGNERIA CIVILE (A-K)**

**prof M. Villa**

12/06/2009

## (4)

**Esercizio 1:** Calcolare la massa del Sole sapendo che il periodo di rivoluzione del pianeta Venere è di 224.7 giorni e che il raggio dell'orbita vale $R=1.08\ 10^{11}$ m.

(*Si approssimi l'orbita con una circonferenza e si ricordi che* $G = 6.67\ 10^{-11}$ N m$^2$/kg$^2$)

**Esercizio 2:** Stabilire se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = (\beta - \alpha y)\hat{\imath} + \alpha(2y - x)\hat{\jmath} + \beta\hat{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti α e β.

**Esercizio 3:** Due punti materiali di massa $m_1$ = 1 kg ed $m_2$ = 2 kg sono vincolati a muoversi lungo una retta. All'istante iniziale il primo punto si muove con velocità $v_1^i$ = 5 m/s mentre il secondo è fermo. Ad un certo istante urtano elasticamente, calcolare:

a) la velocità finale di $m_1$ nel caso in cui si abbia una dissipazione di energia pari a 5 J;

b) la perdita di energia $\Delta E$ nel caso in cui la massa $m_1$ dimezzi la sua velocità.

**Domande:**

**1)** Descrivere il moto di un proiettile sparato orizzontalmente nel campo gravitazionale.

2) Enunciare il teorema della conservazione dell'energia meccanica.

3) Spiegare l'utilità del centro di massa.

# Esame scritto di Fisica Generale LA, TA e T1

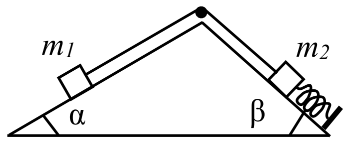
**INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI (A-K), CIVILE, CHIMICA, MECCANICA**

**(proff. A. Bertin, M. Villa, A. Zoccoli e S. Zucchelli)**

12/06/2009

## (1)

**Esercizio 1:** Un sistema meccanico è composto da due blocchi di massa $m_1$ = 60 kg ed $m_2$ = 20 kg giacenti su di un doppio piano inclinato privo di attrito, di angoli α = 30° e β = 45°. I corpi sono collegati tra loro tramite una fune ideale (inestensibile e di massa trascurabile) la cui direzione è deflessa da un piolo liscio, come in figura. La massa $m_2$ espande di un tratto $\Delta l$ = 0.2 m una molla ideale di costante elastica $k$ e massa trascurabile.




a) Calcolare modulo, direzione e verso delle forze agenti sui due blocchi $m_1$ ed $m_2$.

b) Calcolare il valore della costante elastica della molla.

**Esercizio 2:** Calcolare la massa di un pianeta sapendo che il raggio vale $R_P = 5\ 10^5$ km e la velocità di fuga è pari a 1/3 di quella terrestre.

(*Si ricordi che* $M_T = 5.97\ 10^{24}$ kg *e* $R_T = 6.37\ 10^6$ km)

**Esercizio 3:** Stabilire se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha\vec{i} + 2\beta(z-y)\vec{j} + 2\beta y\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti α e β.

**Esercizio 4:** Su di un piano orizzontale si muovono quattro punti materiali di massa e velocità rispettivamente:

$$M_1 = 2m \quad \vec{v}_1 = -v_0\vec{i}$$
$$M_2 = m \quad \vec{v}_2 = v_0\vec{j}$$
$$M_3 = 3m \quad \vec{v}_3 = 2v_0\vec{i}$$
$$M_4 = m \quad \vec{v}_4 = -4v_0\vec{j}$$

Supponendo che ad un certo istante si urtino in modo completamente anaelastico, calcolare:

a) la velocità finale del sistema dopo l'urto;

b) la variazione di energia cinetica del sistema.

**Domande:**

1) Enunciare e spiegare il significato della seconda equazione cardinale della meccanica.

2) Descrivere il moto armonico e farne un esempio.

# Soluzioni compito 1

**Esercizio 1**

$$\vec{T}+\vec{P}_1+\vec{R}_1=0 \qquad \begin{cases} -m_1 g\sin\alpha+T=0 \\ -m_1 g\cos\alpha+R_1=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} T=m_1 g\sin\alpha \\ R_1=m_1 g\cos\alpha \end{cases}$$

$$\vec{T}+\vec{P}_2+\vec{R}_2+\vec{F}_{el}=0 \quad \begin{cases} m_2 g\sin\beta+k\Delta l-T=0 \\ R_2-m_2 g\cos\beta=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} m_2 g\sin\beta+k\Delta l-m_1 g\sin\alpha=0 \\ R_2=m_2 g\cos\beta \end{cases}$$

$$k\Delta l=-m_2 g\sin\beta+m_1 g\sin\alpha \Rightarrow k=\frac{g\left(m_1\sin\alpha-m_2\sin\beta\right)}{\Delta l}=388.5\text{N/m}$$

**Esercizio 2**

$$\frac{1}{2}m\left(v_f^P\right)^2-\gamma\frac{mM_P}{R_P}=0\Rightarrow v_f^P=\sqrt{\frac{2\gamma M_P}{R_P}}; \quad v_f^T=\sqrt{\frac{2\gamma M_T}{R_T}}$$

$$v_f^P=\frac{1}{3}v_f^T=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2\gamma M_T}{R_T}}=\sqrt{\frac{2\gamma M_P}{R_P}}\Rightarrow\frac{1}{9}\frac{M_T}{R_T}=\frac{M_P}{R_P}$$

$$M_P=\frac{1}{9}\frac{R_P}{R_T}M_T=\frac{1}{9}\frac{5\;10^5}{63.7\;10^5}5.97\;10^{24}\text{kg}=5.2\;10^{22}\text{kg}$$

**Esercizio 3**

$$\frac{\partial F_x}{\partial y}=\frac{\partial F_y}{\partial x};$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{\partial x};$$ il campo è conservativo;

$$\frac{\partial F_y}{\partial z}=2\beta=\frac{\partial F_z}{\partial y};$$

$$V=-U=-\int\vec{F}\times d\vec{s}=-\left(\int_{(0,0,0)}^{(x,0,0)}F_x\,dx+\int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)}F_y\,dy+\int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)}F_z\,dz\right)=+\alpha x+\beta y^2-2\beta yz=\alpha x+\beta y\left(y-2z\right)$$

$$[\alpha]=\left[MLT^{-2}\right]\Rightarrow\text{N}$$

$$[\beta]=\left[MT^{-2}\right]\Rightarrow\frac{\text{N}}{m}$$

**Esercizio 4**

a) $$\vec{Q}_{Tot}^{in}=\vec{Q}_{Tot}^{fin}\Rightarrow\begin{cases} -2mv_0+6mv_0=\left(2m+m+3m+m\right)v_x \\ mv_0-4mv_0=\left(2m+m+3m+m\right)v_y \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 4\cancel{m}v_0=7\cancel{m}v_x \\ -3\cancel{m}v_0=7\cancel{m}v_y \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} v_x=\frac{4}{7}v_0 \\ v_y=-\frac{3}{7}v_0 \end{cases}$$

b) $$\Delta E_c=E_c^f-E_c^i=\frac{1}{2}7m\left(\frac{16+9}{49}\right)v_0^2-\frac{1}{2}\left(2mv_0^2+mv_0^2+3m\cdot4v_0^2+m\cdot16v_0^2\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{25}{7}mv_0^2-31mv_0^2\right)=-\frac{96}{7}mv_0^2$$

# Esame scritto di Fisica Generale LA, TA e T1

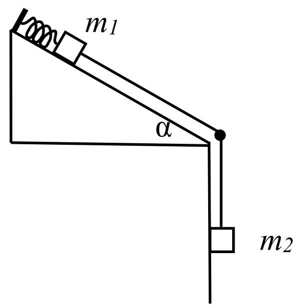
**INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI (A-K), CIVILE, CHIMICA, MECCANICA**

**(proff. A. Bertin, M. Villa, A. Zoccoli e S. Zucchelli)**

12/06/2009

# (2)

**Esercizio 1:** Il sistema meccanico rappresentato in figura è composto da due blocchi di massa $m_1$ = 20 kg ed $m_2$ = 10 kg collegati tra loro tramite una fune ideale (inestensibile e di massa trascurabile) deflessa da un piolo liscio. La massa $m_1$ giace su di un piano privo di attrito, inclinato di un angolo $\alpha$ = 30° rispetto all'orizzontale ed è agganciata ad un estremo di una molla ideale, di costante elastica $k$ e massa trascurabile. In condizioni di equilibrio la molla risulta dilatata di un tratto $\Delta l$ = 0.2 m.




a) Calcolare modulo, direzione e verso delle forze agenti sui due corpi.

b) Calcolare il valore della costante elastica della molla.

**Esercizio 2:** Calcolare la massa del Sole sapendo che il periodo di rivoluzione della Terra è di 365 giorni e che il raggio dell'orbita vale $R = 1.49\ 10^{11}$ m.

(*Si approssimi l'orbita con una circonferenza e si ricordi che* $G = 6.67\ 10^{-11}$ N m$^2$/kg$^2$)

**Esercizio 3:** Stabilire se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha(2z - y)\vec{\imath} - (\alpha x + 2\beta)\vec{j} + 2\alpha x\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti $\alpha$ e $\beta$.

**Esercizio 4:** Due punti materiali di massa $m_1$ = 3 kg ed $m_2$ = 9 kg sono vincolati a muoversi lungo una retta. Ad un certo istante urtano elasticamente con dissipazione di energia pari a $\Delta$E. Sapendo che l'energia iniziale del sistema vale $E_i = 46.5$ J e la velocità di $m_1$ prima dell'urto è $v_1^i = 2$ m/s e dopo l'urto $v_1^f = 5$ m/s in direzione opposta, calcolare:

a) la velocità finale di $m_2$;

b) la perdita di energia $\Delta E$ nel caso in cui la massa $m_2$ dimezzi la sua velocità.

**Domande:**

1) Descrivere il moto di un pendolo semplice in regime di piccole oscillazioni.

2) Enunciare il teorema delle forze vive.

# Soluzioni compito 2

**Esercizio 1**

$$\vec{F}_{el}+\vec{T}+\vec{R}+\vec{P}_1=0 \Rightarrow \begin{cases} T+P_1\sin\alpha-F_{el}=0 \\ R-P_1\cos\alpha=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{el}=\dfrac{1}{2}P_1+T \\ R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}P_1 \end{cases}$$

$$\vec{T}+\vec{P}_2=0 \Rightarrow T-P_2=0 \Rightarrow T=P_2$$

$$F_{el}=k\Delta l=\frac{1}{2}P_1+P_2=\left(\frac{1}{2}m_1+m_2\right)g \quad \Rightarrow \quad k=\left(\frac{1}{2}m_1+m_2\right)\frac{g}{\Delta l}=981\text{N/m}$$

**Esercizio 2**

$$F=M_T\frac{v^2}{R}=\frac{GM_TM_S}{R^2};$$

$$v^2=\frac{GM_S}{R}=\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2 \Rightarrow M_S=\frac{4\pi^2R^3}{GT^2}=\frac{4\pi^2\left(1.49\ 10^{11}\right)^3\text{m}^3}{6.67\ 10^{-11}\text{m}^3/\text{s}^2\text{kg}\left(365\cdot24\cdot60\cdot60\right)^2\text{s}^2}=1.97\ 10^{30}\text{kg}$$

**Esercizio 3**

$$\frac{\partial F_x}{\partial y}=-\alpha=\frac{\partial F_y}{\partial x};$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z}=2\alpha=\frac{\partial F_z}{\partial x}; \quad \text{il campo è conservativo;}$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{\partial y};$$

$$V=-U=-\int\vec{F}\times d\vec{s}=-\left(\int_{(0,0,0)}^{(x,0,0)}F_x\,dx+\int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)}F_y\,dy+\int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)}F_z\,dz\right)=\alpha xy+2\beta y-2\alpha xz=\alpha x\left(y-2z\right)+2\beta y$$

$$\left[\alpha\right]=\left[MT^{-2}\right]\Rightarrow\frac{\text{N}}{m} \qquad \left[\beta\right]=\left[MLT^{-2}\right]\Rightarrow\text{N}$$

**Esercizio 4**

a)

$$\frac{1}{2}m_1\left(v_1^i\right)^2+\frac{1}{2}m_2\left(v_2^i\right)^2=E_i \quad\Rightarrow\quad v_2^i=\sqrt{\frac{2E_i-m_1\left(v_1^i\right)^2}{m_2}}=3\text{ m/s}$$

$$m_1v_1^i+m_2v_2^i=m_1v_1^f+m_2v_2^f \quad\Rightarrow\quad v_2^f=\frac{m_1}{m_2}\left(v_1^i-v_1^f\right)+v_2^i=2\text{ m/s}$$

b)

$$\Delta E=E_f-E_i=\frac{1}{2}m_1v_1^{f2}+\frac{1}{2}m_2v_2^{f2}-\frac{1}{2}m_1v_1^{i2}+\frac{1}{2}m_2v_2^{i2}=\frac{1}{2}\left(m_1\left(v_1^{f2}-v_1^{i2}\right)+m_2\left(v_2^{f2}-v_2^{i2}\right)\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left(m_1\left(v_1^{f2}-v_1^{i2}\right)+m_2\left[\left(\frac{v_2^i}{2}\right)^2-v_2^{i2}\right]\right)=\frac{1}{2}\left(3\text{kg}\left[25-4\right]\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}-\frac{3}{4}9\text{kg}\frac{9\text{m}^2}{\text{s}^2}\right)=1.12\text{J}$$

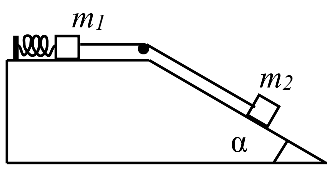
# Esame scritto di Fisica Generale LA, TA e T1

**INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI (A-K), CIVILE, CHIMICA, MECCANICA**

**(proff. A. Bertin, M. Villa, A. Zoccoli e S. Zucchelli)**

12/06/2009

## (3)




**Esercizio 1:** Il sistema meccanico rappresentato in figura è composto da due blocchi di massa $m_1$ = 30 kg ed $m_2$ = 20 kg collegati tra loro tramite una fune ideale (inestensibile e di massa trascurabile) la cui direzione è deflessa da un piolo privo di attrito. La massa $m_2$ giace su di un piano inclinato di angolo $\alpha$ = 30°, mentre la massa $m_1$, posta su di un piano orizzontale, dilata di un tratto $\Delta l$ = 0.2 m una molla ideale di costante elastica $k$ e massa trascurabile. Considerando i piani perfettamente lisci ed i vincoli ideali calcolare:

a) modulo, direzione e verso delle forze agenti sui due corpi materiali;

b) il valore della costante elastica della molla.

**Esercizio 2:** Calcolare il raggio del pianeta Giove sapendo che la massa vale $M_G = 1.9\ 10^{27}$ kg e la velocità di fuga è pari a 27/5 di quella terrestre.

(*Si ricordi che* $M_T = 5.97\ 10^{24}$ kg *e* $R_T = 6.37\ 10^3$ km)

**Esercizio 3:** Stabilire se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -2\alpha y\vec{\imath} + 2\alpha(y-x)\vec{\jmath} + \beta\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti α e β.

**Esercizio 4:** Un punto materiale di massa $M = 4m$ si muove su di un piano orizzontale con velocità $\vec{v} = 2v_0\vec{\imath} - v_0\vec{\jmath}$ . Ad un certo istante si divide in due parti di massa $M_1 = m$ e $M_2 = 3m$. Sapendo che dopo l'urto la massa $M_1$ si muove con velocità $\vec{v}_1 = 2v_0\vec{\jmath}$ determinare:

a) la velocità della massa $M_2$;

b) l'energia rilasciata nell'esplosione.

**Domande:**

1) Descrivere il moto circolare uniforme e farne un esempio.

2) Enunciare e spiegare il significato della prima equazione cardinale della meccanica.

# Soluzioni compito 3

**Esercizio 1**

$$\vec{T}+\vec{R}_1+\vec{P}_1+\vec{F}_{el}=0 \Rightarrow \begin{cases} T-F_{el}=0 \\ R_1-P_1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T=F_{el} \\ R_1=P_1 \end{cases}$$

$$\vec{T}+\vec{R}_2+\vec{P}_2=0 \Rightarrow \begin{cases} R_2-P_2\cos\alpha=0 \\ T-P_2\sin\alpha=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}P_2 \\ T=\dfrac{1}{2}P_2 \end{cases}$$

$$F_{el}=k\Delta l=T=\frac{1}{2}P_1=\frac{1}{2}m_1 g \quad \Rightarrow \quad k=\frac{1}{2}m_1\frac{g}{\Delta l}=376\text{N/m}$$

**Esercizio 2**

$$\frac{1}{2}m\left(v_f^P\right)^2-\gamma\frac{mM_P}{R_P}=0 \Rightarrow v_f^P=\sqrt{\frac{2\gamma M_P}{R_P}}; \quad v_f^T=\sqrt{\frac{2\gamma M_T}{R_T}}$$

$$v_f^P=\frac{27}{5}v_f^T=\frac{27}{5}\sqrt{\frac{2\gamma M_T}{R_T}}=\sqrt{\frac{2\gamma M_P}{R_P}} \Rightarrow \frac{729}{25}\frac{M_T}{R_T}=\frac{M_P}{R_P}$$

$$R_P=\frac{25}{729}\frac{M_P}{M_T}R_T=\frac{25}{729}\frac{1.9\ 10^{27}}{5.97\ 10^{24}}6.37\ 10^3\text{km}=69.5\ 10^3\text{km}$$

**Esercizio 3**

$$\frac{\partial F_x}{\partial y}=-2\alpha=\frac{\partial F_y}{\partial x}; \qquad \frac{\partial F_x}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{\partial x}; \qquad \frac{\partial F_y}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{\partial y}; \quad \text{il campo è conservativo;}$$

$$V=-U=-\int\vec{F}\times d\vec{s}=-\left(\int_{(0,0,0)}^{(x,0,0)}F_x\,dx+\int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)}F_y\,dy+\int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)}F_z\,dz\right)=-\alpha y^2+2\alpha xy-\beta z=\alpha y(2x-y)-\beta z$$

$$[\alpha]=\left[MT^{-2}\right]\Rightarrow\frac{\text{N}}{m} \qquad\qquad [\beta]=\left[MLT^{-2}\right]\Rightarrow\text{N}$$

**Esercizio 4**

a) $$\vec{Q}_{Tot}^{in}=\vec{Q}_{Tot}^{fin}\Rightarrow\begin{cases} 4m\cdot 2v_0=3mv_x \\ -4mv_0=m\cdot 2v_0+3mv_y \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} v_x=\dfrac{8}{3}v_0 \\ v_y=-2v_0 \end{cases}$$

b) $$\Delta E_c=E_c^f-E_c^i=\frac{1}{2}4m(4+1)v_0^2-\frac{1}{2}\left(m4v_0^2+3m\left(\frac{64}{9}+4\right)v_0^2\right)=\frac{1}{2}\left(20-4-\frac{100}{3}\right)mv_0^2=-\frac{26}{6}mv_0^2$$

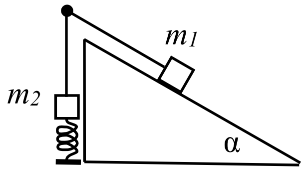
# Esame scritto di Fisica Generale LA, TA e T1

**INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI (A-K), CIVILE, CHIMICA, MECCANICA**

**(proff. A. Bertin, M. Villa, A. Zoccoli e S. Zucchelli)**

7/02/2009

## (4)




**Esercizio 1:** Il sistema meccanico rappresentato in figura è composto da due blocchi di massa $m_1 = 30$ kg ed $m_2 = 10$ kg collegati tra loro tramite una fune ideale (inestensibile e di massa trascurabile) la cui direzione è deflessa da un piolo liscio. La massa $m_1$ giace su di un piano privo di attrito e inclinato di un angolo $\alpha = 30°$ rispetto all'orizzontale, mentre la massa $m_2$ dilata di un tratto $\Delta l = 0.2$ m una molla ideale di costante elastica $k$ e massa trascurabile posta verticalmente.

a) Calcolare modulo, direzione e verso delle forze agenti sui due corpi.

b) Calcolare il valore della costante elastica della molla.

**Esercizio 2:** Calcolare la massa del Sole sapendo che il periodo di rivoluzione del pianeta Venere è di 224.7 giorni e che il raggio dell'orbita vale $R=1.08\ 10^{11}$ m.

(*Si approssimi l'orbita con una circonferenza e si ricordi che* $G = 6.67\ 10^{-11}$ N m$^2$/kg$^2$)

**Esercizio 3:** Stabilire se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = (\beta - \alpha y)\vec{\imath} + \alpha(2y - x)\vec{\jmath} + \beta\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti α e β.

**Esercizio 4:** Due punti materiali di massa $m_1 = 1$ kg ed $m_2 = 2$ kg sono vincolati a muoversi lungo una retta. All'istante iniziale il primo punto si muove con velocità $v_1^i = 5$ m/s mentre il secondo è fermo. Ad un certo istante urtano elasticamente, calcolare:

a) la velocità finale di $m_1$ nel caso in cui si abbia una dissipazione di energia pari a 5 J;

b) la perdita di energia $\Delta E$ nel caso in cui la massa $m_1$ dimezzi la sua velocità.

**Domande:**

1) Descrivere il moto di un proiettile sparato orizzontalmente nel campo gravitazionale.

2) Enunciare il teorema della conservazione dell'energia meccanica.

# Soluzioni compito 4

**Esercizio 1**

$$\vec{T}+\vec{R}+\vec{P}_1=0 \Rightarrow \begin{cases} T-P_1\sin\alpha=0 \\ R-P_1\cos\alpha=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T=\dfrac{1}{2}P_1 \\ R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}P_1 \end{cases}$$

$$\vec{T}+\vec{F}_{el}+\vec{P}_2=0 \Rightarrow T-F_{el}-P_2=0 \Rightarrow F_{el}=k\Delta l=\frac{1}{2}P_1-P_2=\left(\frac{1}{2}m_1-m_2\right)g$$

$$k=\left(\frac{1}{2}m_1-m_2\right)\frac{g}{\Delta l}=245\,\mathrm{N/m}$$

**Esercizio 2**

$$F=M_V\frac{v^2}{R}=\frac{GM_VM_S}{R^2};$$

$$v^2=\frac{GM_S}{R}=\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2 \Rightarrow M_S=\frac{4\pi^2R^3}{GT^2}=\frac{4\pi^2\left(1.08\,10^{11}\right)^3\mathrm{m}^3}{6.67\,10^{-11}\mathrm{m}^3/\mathrm{s}^2\mathrm{kg}\left(224.7\cdot 24\cdot 60\cdot 60\right)^2\mathrm{s}^2}=1.98\,10^{30}\mathrm{kg}$$

**Esercizio 3**

$$\frac{\partial F_x}{\partial y}=-\alpha=\frac{\partial F_y}{\partial x};$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{\partial x}; \qquad \text{il campo è conservativo;}$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{\partial y};$$

$$V=-U=-\int\vec{F}\times d\vec{s}=-\left(\int_{(0,0,0)}^{(x,0,0)}F_x\,dx+\int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)}F_y\,dy+\int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)}F_z\,dz\right)=-\beta x-\alpha y^2+\alpha xy-\beta z=\alpha y(x-y)-\beta(x+z)$$

$$[\alpha]=\left[MT^{-2}\right]\Rightarrow\frac{\mathrm{N}}{m} \qquad [\beta]=\left[MLT^{-2}\right]\Rightarrow\mathrm{N}$$

**Esercizio 4**

$$\begin{cases} m_1v_1^i+m_2v_2^i=m_1v_1^f+m_2v_2^f \\ \Delta E=\dfrac{1}{2}m_1v_1^{f2}+\dfrac{1}{2}m_2v_2^{f2}-\left(\dfrac{1}{2}m_1v_1^{i2}+\dfrac{1}{2}m_2v_2^{i2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5=v_1^f+2v_2^f\Rightarrow v_1^f=5-2v_2^f \\ -5=\dfrac{1}{2}25-\dfrac{1}{2}\left(5-2v_2^f\right)^2-\dfrac{1}{2}2v_2^{f2} \end{cases}$$

$$3v_2^{f2}-10v_2^f-5=0\Rightarrow v_2^f=\begin{matrix}2.72\text{ m/s}\\0.61\text{ m/s}\end{matrix} \qquad v_1^f=5-2v_2^f=\begin{matrix}-0.44\text{ m/s}\\3.78\text{ m/s}\end{matrix}$$

$$m_1v_1^i+m_2v_2^i=m_1v_1^f+m_2v_2^f \quad \Rightarrow v_2^f=\frac{m_1}{m_2}\left(v_1^i-v_1^f\right)=\frac{1}{2}\frac{m_1}{m_2}v_1^i=1.25\text{ m/s}$$

$$\Delta\mathrm{E}=\frac{1}{2}m_1v_1^{f2}+\frac{1}{2}m_2v_2^{f2}-\left(\frac{1}{2}m_1v_1^{i2}+\frac{1}{2}m_2v_2^{i2}\right)=\frac{1}{2}m_1\frac{v_1^{i2}}{4}+\frac{1}{2}m_2v_2^{f2}-\frac{1}{2}m_1v_1^{i2}=-7.8\text{ J}$$

# Esame scritto di Fisica Generale LA, TA

INGEGNERIA CIVILE (A-K) prof M. Villa - 12/06/2009

**(1)**

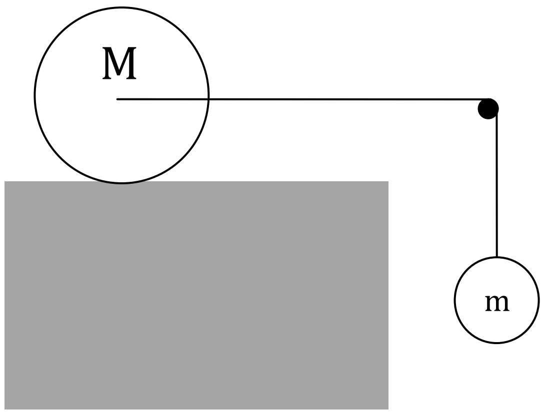
**Esercizio 1:** Un punto materiale si muove nel piano verticale secondo le equazioni orarie $x = v_{0x} t, \quad y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$. Calcolare, nella posizione di massima quota, la curvatura della traiettoria.

**Esercizio 2:** Un punto materiale di massa *m* si muove lungo una guida ideale circolare di raggio *R* disposta su di un piano verticale. Nel momento in cui il punto materiale raggiunge la massima quota la reazione vincolare eguaglia in modulo direzione e verso la forza peso. Calcolare modulo direzione e verso della reazione vincolare nel punto di minima quota.

**Esercizio 3:** Un punto materiale di massa *m=16 Kg*, soggetto alla sola azione della forza posizionale $\vec{f} = a\, x\, y\, \vec{i} + b\, x\, y^2 \vec{j} + c\, x\, y^3 \vec{k}$ ($a = 1N/m^2;\ b = 1N/m^3;\ c = 1N/m^4$), si muove lungo una guida rettilinea priva di attrito dal punto *(0,4,0)* al punto $(x_f,4,0)$. Calcolare $x_f$ sapendo che la velocità iniziale del punto materiale è nulla mentre quella finale vale *v=4 m/s*,

**Esercizio 4:** Ai capi di una asticella inestensibile di massa trascurabile e lunghezza *L* sono fissate due masse puntiformi di valore $m_1$ ed $m_2$. Appoggiata su di un piano orizzontale privo di attrito l'asticella ruota con velocità angolare costante. Determinare il rapporto $m_1/m_2$ affinchè la massa $m_1$ descriva un cerchio di raggio *L/5*.

**Esercizio 5:** Calcolare l'accelerazione della massa *m* nella ipotesi che il disco omogeneo di massa *M* e raggio *R* rotoli senza strisciare e che lo scorrimento del filo sul piolo sia privo di attrito.




**Esercizio 6:** Dimostrare che in coordinate intrinseche l'accelerazione è espressa dalla formula $\vec{a} = \ddot{s}\,\vec{t} + \frac{\dot{s}^2}{R}\vec{n}$.

**Esercizio 7:** Dimostrare che in un sistema rigido di punti materiali vale la relazione $T = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$.

**Esercizio 8:** Enunciare e commentare le leggi di Keplero.

# Esame scritto di Fisica Generale LA, TA

INGEGNERIA CIVILE (A-K) prof M. Villa - 01/07/2009

**(1)**

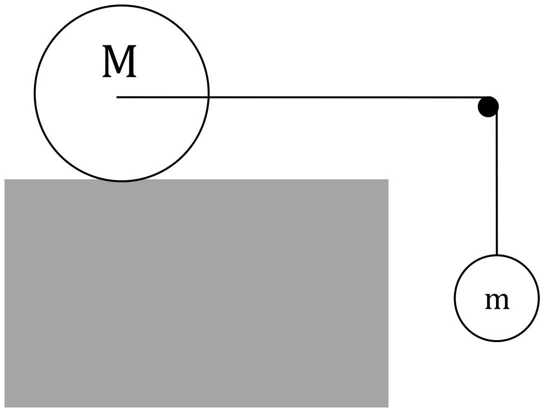
**Esercizio 1:** Un punto materiale si muove nel piano verticale secondo le equazioni orarie $x = v_{0x}t, \quad y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$. Calcolare, nella posizione di massima quota, la curvatura della traiettoria.

**Esercizio 2:** Un punto materiale di massa *m* si muove lungo una guida ideale circolare di raggio *R* disposta su di un piano verticale. Nel momento in cui il punto materiale raggiunge la massima quota la reazione vincolare eguaglia in modulo direzione e verso la forza peso. Calcolare modulo direzione e verso della reazione vincolare nel punto di minima quota.

**Esercizio 3:** Un punto materiale di massa $m=16\ Kg$, soggetto alla sola azione della forza posizionale $\vec{f} = a\, x\, y\, \vec{i} + b\, x\, y^2 \vec{j} + c\, x\, y^3 \vec{k}$ $(a = 1N/m^2;\ b = 1N/m^3;\ c = 1N/m^4)$, si muove lungo una guida rettilinea priva di attrito dal punto $(0,4,0)$ al punto $(x_f,4,0)$. Calcolare $x_f$ sapendo che la velocità iniziale del punto materiale è nulla mentre quella finale vale $v=4\ m/s$,

**Esercizio 4:** Ai capi di una asticella inestensibile di massa trascurabile e lunghezza *L* sono fissate due masse puntiformi di valore $m_1$ ed $m_2$. Appoggiata su di un piano orizzontale privo di attrito l'asticella ruota con velocità angolare costante. Determinare il rapporto $m_1/m_2$ affinchè la massa $m_1$ descriva un cerchio di raggio $L/5$.

**Esercizio 5:** Calcolare l'accelerazione della massa *m* nella ipotesi che il disco omogeneo di massa *M* e raggio *R* rotoli senza strisciare e che lo scorrimento del filo sul piolo sia privo di attrito.




**Esercizio 6:** Dimostrare che in coordinate intrinseche l'accelerazione è espressa dalla formula $\vec{a} = \ddot{s}\,\vec{t} + \frac{\dot{s}^2}{R}\vec{n}$.

**Esercizio 7:** Dimostrare che in un sistema rigido di punti materiali vale la relazione $T = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$.

**Esercizio 8:** Enunciare e commentare le leggi di Keplero.

# ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE TA - 22/07/2009

# INGEGNERIA CIVILE A-K - Prof. M. Villa

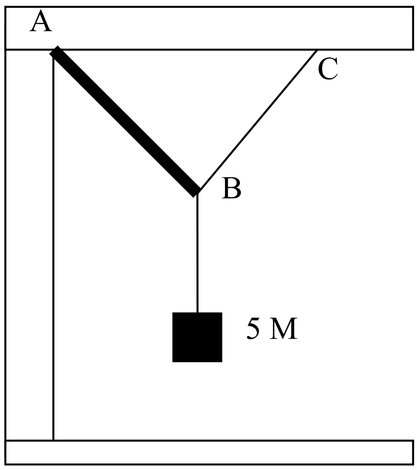
# (2)

**Esercizio 1**: Su una guida circolare liscia di raggio *R*, appartenente al piano orizzontale, sono appoggiate, inizialmente ferme, due biglie (puntiformi) di masse $m_1$ e $m_2 = 3m_1$. Esse sono collegate da una molla ideale di massa trascurabile tenuta compressa tramite un filo inestensibile (di lunghezza molto piu' piccola di R) che unisce le due biglie. Il filo viene tagliato; la molla si estende e lancia le biglie (distaccandosene) in versi opposti sulla guida. Introducendo un sistema di riferimento in coordinate polari in cui la posizione iniziale del sistema è a $\theta$=0 e considerando il sistema come costituito da due punti materiali, calcolare:

a) il rapporto tra le velocità angolari $\omega_1$ e $\omega_2$ dei vettori posizione delle due biglie ad ogni istante del moto;
b) gli angoli $\theta_1$ e $\theta_2$ descritti dai vettori posizione delle due biglie tra l'istante iniziale e quello in cui si verifica l'inevitabile collisione;
c) le forze ed i momenti esterni, calcolati rispetto all'origine del sistema di riferimento, nell'istante immediatamente successivo al taglio del filo.

**Esercizio 2:** Stabilire per quale valore del parametro $\lambda$ il campo di forze $\vec{F} = -\alpha x^3 \vec{i} - 2\beta z^2 \vec{j} - \lambda \beta yz \vec{k}$ è conservativo e calcolarne in tal caso la funzione energia potenziale. Quali sono le dimensioni e le unità di misura delle costanti $\alpha$ e $\beta$?

**Esercizio 3**: Un sistema di sollevamento pesi è costituito da una sbarra AB lunga L e di massa M, con vincolo puntuale in A, inclinata di 45° rispetto alla verticale e sostenuta nel punto B da un cavo CB disposto a 45° rispetto alla verticale (vedi figura). Ad un certo istante, il sistema sostiene un peso pari a 5M. Determinare, nelle condizioni di staticità: 1) la tensione nel cavo BC e 2) la reazione vincolare in A.




**Domande:**

1) Enunciare il III° principio della dinamica e discuterne le implicazioni fisiche.

2) Enunciare e dimostrare il teorema di König per un sistema di $N$ punti materiali.

3) Enunciare le leggi di Keplero.

# ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE TA, LA

## INGEGNERIA CIVILE A-K - Prof. M. Villa - 14/09/2009

# (1)

1) Due corpi puntiformi **A** e **B** di massa rispettivamente $\boldsymbol{M}$ e $\mathbf{2}\boldsymbol{M}$ si trovano in quiete su di un piano orizzontale liscio, attaccati l'uno all'altro tramite una molla di costante elastica $\boldsymbol{K}$, lunghezza a riposo $\boldsymbol{l_0}$ e massa trascurabile. Inizialmente la molla è tenuta compressa di un tratto $\boldsymbol{\Delta l}$ mediante un filo sottile (di massa nulla) che connette le due masse. Successivamente il filo viene tagliato. Determinare:

   a) il valore del rapporto tra i moduli delle velocità $\boldsymbol{v_A}$ e $\boldsymbol{v_B}$ dei due corpi.

   b) L'espressione del modulo della massima velocità $\boldsymbol{v_{A,max}}$ del corpo **A**.

   c) L'espressione del modulo della massima velocità $\boldsymbol{v_{B,max}}$ del corpo **B**.

2) Specificare le trasformazioni di velocità e accelerazione di un punto materiale quando si passa dall'uno all'altro di due sistemi di riferimento in moto relativo di traslazione rettilinea e uniforme con velocità $\boldsymbol{v_t}$ costante del secondo rispetto al primo.

3) Enunciare il teorema delle forze vive e specificare per quali categorie di forze esso vale.

4) Verificare se il campo di forze $\boldsymbol{F}(x,y,z) = (2B\text{-}Ay^2z)\ \boldsymbol{i} - (2Axyz)\ \boldsymbol{j} - (Axy^2)\boldsymbol{k}$ è conservativo e in tal caso calcolarne l'espressione dell' energia potenziale.

# ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE TA e LA

## INGEGNERIA CIVILE A-K - Prof. M. Villa - 14/09/2009

## (2)

1) Su un piano orizzontale dove è presente un sistema di riferimento cartesiano, un corpo puntiforme di massa *m* è vincolato a muoversi lungo l'asse x. Il corpo è collegato ai punti A e B di coordinate (0,d) e (0,-d) attraverso due molle di costante elastica k. Inizialmente il corpo è fermo nel punto P di coordinate (r,0). Determinare, in funzione di ***r***, ***d***, ***m*** e ***k*** le espressioni delle seguenti quantità:

   a) l'accelerazione del punto materiale di massa ***m*** nel punto **P**.

   b) La velocità che il corpo ha quando passa nell'origine del sistema di coordinate;

   c) L'accelerazione del punto nell'origine.

2) Specificare le grandezze fisiche che intervengono nella descrizione del moto rotatorio di un corpo rigido attorno ad un asse fisso e ricavare l'equazione che le correla.

3) Definire le grandezze che si conservano nell'urto elastico centrale di due corpi puntiformi vincolati a muoversi su di un piano orizzontale che presenta attrito trascurabile.

4) Verificare se il campo di forze $\boldsymbol{F}(x,y,z)=(3Ax^2yz^2)\,\boldsymbol{i}+(Ax^3z^2)\,\boldsymbol{j} + (2Ax^3yz)\boldsymbol{k}$ è conservativo e in tal caso calcolarne l' espressione dell'energia potenziale.