

# Scritto totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

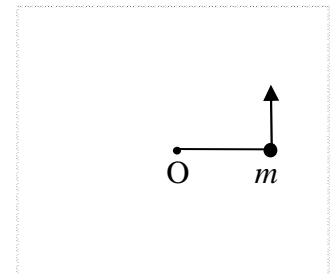
29/06/2015

## Compito A

### Esercizi:

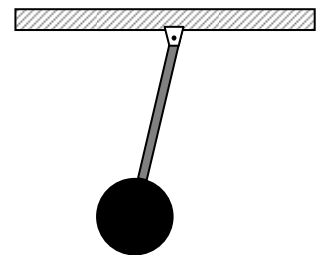
1. Un cannoncino a molla rigidamente ancorato al terreno viene usato per sparare proiettili di massa  $m=20$  g verso un bersaglio posto alla stessa quota e ad una distanza  $d=50$  m da esso. La molla ha costante elastica  $k$  (ignota) e può essere compressa al massimo di un tratto  $l_0=10$  cm, in modo da poter sparare il proiettile con una velocità iniziale di modulo massimo pari a  $v_0=30$  m/s. Trascurando l'effetto dell'aria, determinare:
  - a) la costante elastica della molla;
  - b) l'angolo di lancio rispetto all'orizzontale per colpire il bersaglio sparando il proiettile alla massima velocità possibile;
  - c) il tempo di volo del proiettile.

2. Un oggetto di massa  $m=200$  g è appoggiato su un piano orizzontale e vincolato ad un punto fisso O nel piano con un filo ideale di lunghezza  $d=80$  cm, inizialmente teso. Ad un certo istante all'oggetto viene impressa una velocità di modulo  $v_0=4$  m/s, perpendicolare al filo.



- a) Se il piano è privo di attrito, determinare il moto successivo dell'oggetto e calcolare la tensione  $T$  del filo.
- b) Se il moto avviene in presenza di attrito dinamico (descritto dal coefficiente  $\mu_d=0,03$ ), calcolare il modulo della velocità dopo che è trascorso un tempo  $\tau=10$  s dall'inizio del moto.
- c) Calcolare il lavoro  $L$  compiuto dalla forza di attrito nel tempo  $\tau$ .

3. Un pendolo fisico è costituito da un disco omogeneo di raggio  $R=10$  cm e massa  $M=0,8$  kg rigidamente connesso ad un'asta omogenea di lunghezza  $5R$  e massa  $M$ . Calcolare:



- a) la distanza  $d$  tra il centro di massa del pendolo e il punto di sospensione;
- b) il momento d'inerzia  $I$  del pendolo rispetto all'asse di oscillazione;
- c) il periodo  $T$  del pendolo.

### Domande:

1. Discutere gli andamenti nel tempo di energia cinetica, energia potenziale ed energia meccanica per un punto sottoposto all'azione di una sola forza elastica.
2. Enunciare il terzo principio della dinamica e discuterne almeno una applicazione.
3. Spiegare le caratteristiche principali della (pseudo) forza centrifuga.

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. Se occorre, si consideri  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .*

# Scritto totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

29/06/2015

## Soluzioni:

1. Un cannoncino a molla rigidamente ancorato al terreno viene usato per sparare proiettili di massa  $m=20$  g verso un bersaglio posto alla stessa quota e ad una distanza  $d=50$  m da esso. La molla ha costante elastica  $k$  (ignota) e può essere compressa al massimo di un tratto  $l_0=10$  cm, in modo da poter sparare il proiettile con una velocità iniziale di modulo massimo pari a  $v_0=30$  m/s. Trascurando l'effetto dell'aria, determinare:
  - a) la costante elastica della molla;
  - b) l'angolo di lancio rispetto all'orizzontale per colpire il bersaglio sparando il proiettile alla massima velocità possibile;
  - c) il tempo di volo del proiettile.

### Soluzione 1:

- a) Quando la molla è compressa al massimo ha una energia potenziale pari a  $E_{pot} = \frac{1}{2}kl_0^2$ . Quando viene lasciata libera di espandersi l'energia potenziale si trasforma in energia cinetica  $E_{cin} = \frac{1}{2}mv_0^2$  del proiettile. Poiché l'energia meccanica si conserva, si ha:

$$E_{pot} = E_{cin} \Rightarrow \frac{1}{2}kl_0^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow k = m \frac{v_0^2}{l_0^2} = 1800 \text{ N/m}$$

- b) Utilizzando un sistema di riferimento con origine nel cannoncino, asse x orizzontale, asse y verticale e chiamando  $\alpha$  l'angolo di inclinazione del cannoncino, le equazioni del moto del proiettile sono:

$$\begin{cases} x(t) = (v_0 \cos \alpha) t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha) t \end{cases}$$

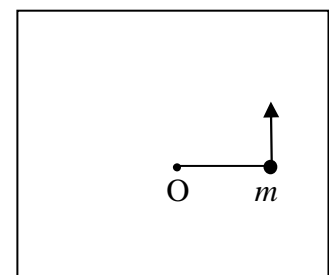
Imponendo che il proiettile parta all'istante  $t=0$  e raggiunga il bersaglio alle coordinate  $(d,0)$  al tempo  $\bar{t}$ , si trova:

$$\begin{cases} d = (v_0 \cos \alpha) \bar{t} \\ 0 = -\frac{1}{2}g\bar{t}^2 + (v_0 \sin \alpha) \bar{t} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin 2\alpha = \frac{dg}{v_0^2} \\ \bar{t} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 16,5^\circ \\ \bar{t} = 1,74 \text{ s} \end{cases}$$

- c) Il tempo di volo è ottenuto dal sistema precedente.

## Esercizio:

2. Un oggetto di massa  $m=200$  g è appoggiato su un piano orizzontale e vincolato ad un punto fisso O nel piano con un filo ideale di lunghezza  $d=80$  cm, inizialmente teso. Ad un certo istante all'oggetto viene impressa una velocità di modulo  $v_0=4$  m/s, perpendicolare al filo.



- a) Se il piano è privo di attrito, determinare il moto successivo dell'oggetto e calcolare la tensione  $T$  del filo.
- b) Se il moto avviene in presenza di attrito dinamico (descritto dal coefficiente  $\mu_d=0,03$ ), calcolare il modulo della velocità dopo che è trascorso un tempo  $\tau=10$  s dall'inizio del moto.
- c) Calcolare il lavoro  $L$  compiuto dalla forza di attrito nel tempo  $\tau$ .

## Soluzione 2:

- a) Nell'ipotesi di un piano orizzontale e privo di attrito, l'unica forza che agisce durante il moto è la tensione del filo. Poiché questa è inizialmente perpendicolare alla

# Scritto totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

29/06/2015

velocità, rimarrà perpendicolare anche durante tutto il moto. Questo sarà quindi un **moto circolare uniforme**. Il punto è soggetto ad una accelerazione centripeta data da

$a_c = \frac{v_0^2}{d}$  che sarà quindi prodotta dalla tensione del filo. Si ha quindi:

$$T = ma_c = m \frac{v_0^2}{d} = 4 \text{ N}.$$

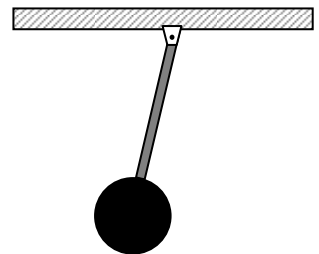
- b) Nel caso di attrito dinamico, questo agisce producendo una forza opposta al vettore velocità. Il moto sarà sempre di tipo circolare (su una traiettoria circolare di raggio  $d$ ), ma la velocità si ridurrà nel tempo. Poiché il corpo è appoggiato su piano, vi è una forza di carico pari alla forza peso e quindi un modulo della forza d'attrito pari a  $F_{att} = \mu_d N = \mu_d mg$  e quindi una accelerazione tangenziale (costante) pari a  $a_t = -F_{att}/m = -\mu_d g$ . Nel tempo la velocità (tangenziale) cambia secondo la legge:  $v(t) = v_0 - a_t t$ . Dopo un tempo  $\tau$  si ha una velocità pari a  $v(\tau) = v_0 - a_t \tau = 1,06 \text{ m/s}$ .

- c) In questo esercizio l'unica forza che fa un lavoro (negativo) è la forza di attrito. Il suo lavoro può essere calcolato tramite il teorema delle forze vive come differenza tra energia cinetica finale ed energia cinetica iniziale:

$$L = \frac{1}{2} m [v(\tau)]^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -1,49 \text{ J}$$

## Esercizio:

3. Un pendolo fisico è costituito da un disco omogeneo di raggio  $R=10 \text{ cm}$  e massa  $M=0,8 \text{ kg}$  rigidamente connesso ad un'asta omogenea di lunghezza  $5R$  e massa  $M$ . Calcolare:
- la distanza  $d$  tra il centro di massa del pendolo e il punto di sospensione;
  - il momento d'inerzia  $I$  del pendolo rispetto all'asse di oscillazione;
  - il periodo  $T$  del pendolo.



### Soluzione 3:

- a) Consideriamo un sistema di riferimento con origine nel punto di sospensione, asse  $x$  orizzontale e asse  $y$  verticale. Per calcolare il CM del pendolo, fermiamolo nella sua posizione verticale di equilibrio stabile. Essendo il pendolo fatto da due parti, è possibile calcolare il suo centro di massa come quello dell'unione di una asta e di un disco. Se il pendolo è in verticale, i CM dell'asta e del disco sono entrambi sotto il punto di appoggio, a  $x=0$ . Il CM dell'asta si trova ad una ordinata di

$$y_a = -\frac{5}{2}R. \text{ Quella del disco si trova a } y_d = -5R - R = -6R. \text{ L'ordinata del CM del pendolo si}$$

trova quindi a:  $y_{CM} = \frac{My_a + My_d}{M + M} = -\frac{17}{4}R = -42,5 \text{ cm}$ . Si ha quindi  $d=42,5 \text{ cm}$ .

- b) Il momento d'inerzia è una quantità additiva: possiamo calcolare il momento d'inerzia  $I$  del pendolo come somma di quello dell'asta e di quello del disco, calcolati relativamente allo stesso asse. Rispetto al punto di sospensione, usando il teorema di Huygens-Steiner si ha:

$$I = I_a + I_d; \quad I_a = \frac{1}{3}M(5R)^2; \quad I_d = \frac{1}{2}MR^2 + M(6R)^2 \Rightarrow I = \frac{269}{6}MR^2 = 0,359 \text{ kg m}^2$$

# Scritto totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

29/06/2015

c) Ricordando le formule per il pendolo fisico, si ha:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}; \quad \omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{269R}{51g}} = 1,46 \text{ s}$$