

# Esame scritto di Fisica Generale T

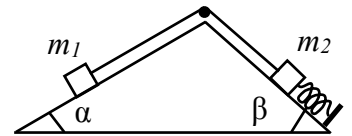
INGEGNERIA EDILE - RAVENNA

prof. M. Villa

19/06/2009

(1)

**Esercizio 1:** Un sistema meccanico è composto da due blocchi di massa  $m_1 = 60$  kg ed  $m_2 = 20$  kg giacenti su di un doppio piano inclinato privo di attrito, di angoli  $\alpha = 30^\circ$  e  $\beta = 45^\circ$ . I corpi sono collegati tra loro tramite una fune ideale (inestensibile e di massa trascurabile) la cui direzione è deflessa da un piolo liscio, come in figura e la massa  $m_2$  è vincola ad un estremo di una molla ideale di costante elastica  $k$  e massa trascurabile. In condizione di equilibrio la molla risulta espansa di un tratto  $\Delta l = 0.2$  m.



- Calcolare modulo, direzione e verso delle forze agenti sui due blocchi  $m_1$  ed  $m_2$ .
- Calcolare il valore della costante elastica della molla.

**Esercizio 2:** Un sasso viene lanciato verso l'alto con una velocità di modulo  $v_0 = 5$  m/s e direzione inclinata di  $45^\circ$  rispetto all'orizzontale da una torre alta  $h = 8$  m. Calcolare:

- la distanza rispetto alla base della torre a cui cade il sasso;
- la velocità del sasso nell'istante immediatamente precedente all'impatto con il suolo.

**Esercizio 3:** Stabilire se il campo di forze  $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha \vec{i} + 2\beta(z - y)\vec{j} + 2\beta y \vec{k}$  è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ .

**Esercizio 4:** Su di un piano orizzontale si muovono quattro punti materiali di massa e velocità rispettivamente:

$$\begin{aligned} M_1 &= 2m & \vec{v}_1 &= -v_0 \vec{i}; & M_3 &= 3m & \vec{v}_3 &= 2v_0 \vec{i}; \\ M_2 &= m & \vec{v}_2 &= v_0 \vec{j}; & M_4 &= m & \vec{v}_4 &= -4v_0 \vec{j}; \end{aligned}$$

Supponendo che ad un certo istante si urtino in modo completamente anelastico, calcolare:

- la velocità finale del sistema dopo l'urto;
- la variazione di energia cinetica del sistema.

**Domande:**

- Enunciare e spiegare il significato della seconda equazione cardinale della meccanica.
- Descrivere il moto armonico e farne un esempio.

## Soluzioni compito 1

### Esercizio 1

$$\vec{T} + \vec{P}_1 + \vec{R}_1 = 0 \quad \begin{cases} -m_1 g \sin \alpha + T = 0 \\ -m_1 g \cos \alpha + R_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} T = m_1 g \sin \alpha \\ R_1 = m_1 g \cos \alpha \end{cases}$$

$$\vec{T} + \vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{F}_{el} = 0 \quad \begin{cases} m_2 g \sin \beta + k\Delta l - T = 0 \\ R_2 - m_2 g \cos \beta = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} m_2 g \sin \beta + k\Delta l - m_1 g \sin \alpha = 0 \\ R_2 = m_2 g \cos \beta \end{cases}$$

$$k\Delta l = -m_2 g \sin \beta + m_1 g \sin \alpha \Rightarrow k = \frac{g(m_1 \sin \alpha - m_2 \sin \beta)}{\Delta l} = 388.5 \text{ N/m}$$

### Esercizio 2

### Esercizio 3

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x};$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x}; \quad \text{il campo è conservativo;}$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = 2\beta = \frac{\partial F_z}{\partial y};$$

$$V = -U = -\int \vec{F} \times d\vec{s} = -\left( \int_{(0,0,0)}^{(x,0,0)} F_x dx + \int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)} F_y dy + \int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)} F_z dz \right) = +\alpha x + \beta y^2 - 2\beta yz = \alpha x + \beta y(y - 2z)$$

$$[\alpha] = [MLT^{-2}] \Rightarrow \text{N}$$

$$[\beta] = [MT^{-2}] \Rightarrow \frac{\text{N}}{m}$$

### Esercizio 4

$$\text{a) } \vec{Q}_{Tot}^{in} = \vec{Q}_{Tot}^{fin} \Rightarrow \begin{cases} -2mv_0 + 6mv_0 = (2m + m + 3m + m)v_x \\ mv_0 - 4mv_0 = (2m + m + 3m + m)v_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4mv_0 = 7mv_x \\ -3mv_0 = 7mv_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = \frac{4}{7}v_0 \\ v_y = -\frac{3}{7}v_0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \Delta E_c = E_c^f - E_c^i = \frac{1}{2}7m\left(\frac{16+9}{49}\right)v_0^2 - \frac{1}{2}(2mv_0^2 + mv_0^2 + 3m \cdot 4v_0^2 + m \cdot 16v_0^2) = \frac{1}{2}\left(\frac{25}{7}mv_0^2 - 31mv_0^2\right) = -\frac{96}{7}mv_0^2$$

# Esame scritto di Fisica Generale T

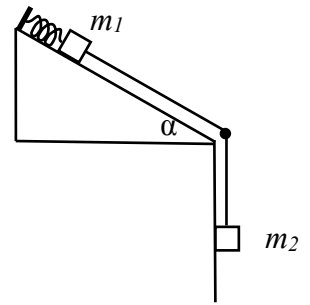
INGEGNERIA EDILE - RAVENNA

prof. M. Villa

19/06/2009

(2)

**Esercizio 1:** Il sistema meccanico rappresentato in figura è composto da due blocchi di massa  $m_1 = 20$  kg ed  $m_2 = 10$  kg collegati tra loro tramite una fune ideale (inestensibile e di massa trascurabile) deflessa da un piolo liscio. La massa  $m_1$  giace su di un piano privo di attrito, inclinato di un angolo  $\alpha = 30^\circ$  rispetto all'orizzontale ed è agganciata ad un estremo di una molla ideale, di costante elastica  $k$  e massa trascurabile. In condizioni di equilibrio la molla risulta dilatata di un tratto  $\Delta l = 0.2$  m.



- Calcolare modulo, direzione e verso delle forze agenti sui due corpi.
- Calcolare il valore della costante elastica della molla.

**Esercizio 2:** Un sasso viene lanciato verso il basso con una velocità di modulo  $v_0 = 3$  m/s e direzione inclinata di  $30^\circ$  rispetto all'orizzontale da una torre alta  $h = 7$  m. Calcolare:

- il tempo impiegato dal sasso per raggiungere il suolo;
- l'energia cinetica posseduta dal sasso nell'istante immediatamente precedente all'impatto con il terreno.

**Esercizio 3:** Stabilire se il campo di forze  $\vec{F}(x, y, z) = \alpha(2z - y)\vec{i} - (\alpha x + 2\beta)\vec{j} + 2\alpha x\vec{k}$  è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ .

**Esercizio 4:** Un punto materiale di massa  $M = 4m$  si muove su di un piano orizzontale con velocità  $\vec{v} = 2v_0\vec{i} - v_0\vec{j}$ . Ad un certo istante si divide in due parti di massa  $M_1 = m$  e  $M_2 = 3m$ . Sapendo che dopo l'urto la massa  $M_1$  si muove con velocità  $\vec{v}_1 = 2v_0\vec{j}$  determinare:

- la velocità della massa  $M_2$ ;
- l'energia rilasciata nell'esplosione.

**Domande:**

- Descrivere il moto di un pendolo semplice in regime di piccole oscillazioni.
- Enunciare il teorema delle forze vive.

## Soluzioni compito 2

### Esercizio 1

$$\vec{F}_{el} + \vec{T} + \vec{R} + \vec{P}_1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} T + P_1 \sin \alpha - F_{el} = 0 \\ R - P_1 \cos \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{el} = \frac{1}{2} P_1 + T \\ R = \frac{\sqrt{3}}{2} P_1 \end{cases}$$

$$\vec{T} + \vec{P}_2 = 0 \Rightarrow T - P_2 = 0 \Rightarrow T = P_2$$

$$F_{el} = k\Delta l = \frac{1}{2} P_1 + P_2 = \left( \frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) g \Rightarrow k = \left( \frac{1}{2} m_1 + m_2 \right) \frac{g}{\Delta l} = 981 \text{ N/m}$$

### Esercizio 2

### Esercizio 3

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = -\alpha = \frac{\partial F_y}{\partial x};$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z} = 2\alpha = \frac{\partial F_z}{\partial x}; \quad \text{il campo è conservativo;}$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y};$$

$$V = -U = -\int \vec{F} \times d\vec{s} = -\left( \int_{(0,0,0)}^{(x,0,0)} F_x dx + \int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)} F_y dy + \int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)} F_z dz \right) = \alpha xy + 2\beta y - 2\alpha xz = \alpha x(y - 2z) + 2\beta y$$

$$[\alpha] = [MT^{-2}] \Rightarrow \frac{\text{N}}{m} \quad [\beta] = [MLT^{-2}] \Rightarrow \text{N}$$

### Esercizio 4

$$\text{a) } \vec{Q}_{Tot}^{in} = \vec{Q}_{Tot}^{fin} \Rightarrow \begin{cases} 4m \cdot 2v_0 = 3mv_x \\ -4mv_0 = m \cdot 2v_0 + 3mv_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = \frac{8}{3} v_0 \\ v_y = -2v_0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \Delta E_c = E_c^f - E_c^i = \frac{1}{2} 4m(4+1)v_0^2 - \frac{1}{2} \left( m4v_0^2 + 3m \left( \frac{64}{9} + 4 \right) v_0^2 \right) = \frac{1}{2} \left( 20 - 4 - \frac{100}{3} \right) mv_0^2 = -\frac{26}{6} mv_0^2$$

**ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE T**  
**INGEGNERIA EDILE – Sede di Ravenna**

**Prof. M. Villa**

**20/07/2009**

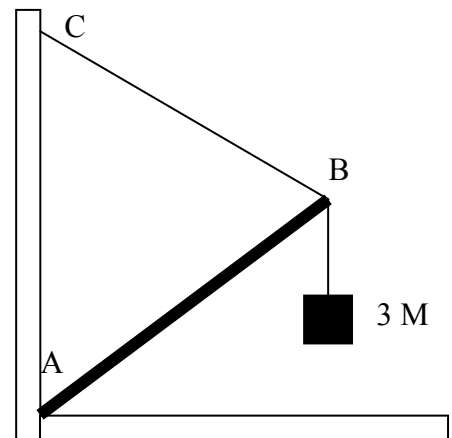
(1)

**Esercizio 1:** Un sistema meccanico è costituito da due parti A e B, rispettivamente di massa  $5M$  e  $8M$  legate l'una all'altra da una fune inestensibile lunga  $l$ . Esse ruotano l'una attorno all'altra, muovendosi senza attrito su un piano orizzontale e mantenendo tesa la fune; la velocità angolare del sistema è  $\omega$ . Considerando isolato il sistema meccanico (da trattare come insieme di punti materiali):

- a. proporre una descrizione esplicita per il moto delle due parti assumendo che il centro di massa non si muova;
- b. determinare le espressioni delle tensioni esercitate dalla fune sulle due parti;
- c. calcolare di quanto varia la velocità angolare del sistema quando le due parti del sistema meccanico, tirando la fune, riducono a  $(3/4)l$  la loro distanza reciproca;
- d. determinare forze e momenti risultanti esterni al sistema.

**Esercizio 2:** Stabilire per quale valore del parametro  $\lambda$  il campo di forze  $\vec{F} = -\alpha y^3 \vec{i} - \lambda \alpha xy^2 \vec{j} - 2\beta z \vec{k}$  è conservativo e calcolarne in tal caso la funzione energia potenziale. Quali sono le dimensioni e le unità di misura delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ ?

**Esercizio 3:** Un sistema di sollevamento pesi è costituito da una sbarra AB lunga  $L$  e di massa  $M$ , con vincolo puntuale in A ed inclinata di  $45^\circ$  rispetto alla verticale e sostenuta da un cavo CB disposto a  $45^\circ$  (vedi figura). Ad un certo istante, il sistema sostiene un peso pari a  $3M$ . Determinare, nelle condizioni di staticità: 1) la tensione nel cavo BC e 2) la reazione vincolare in A.



**Domande:**

- 1) Discutere la validità del secondo principio della dinamica in un sistema di riferimento non inerziale.
- 2) Discutere le proprietà del moto armonico semplice partendo dalla corrispondente equazione oraria.

# ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE T

## INGEGNERIA EDILE – Sede di Ravenna

Prof. M. Villa

20/07/2009

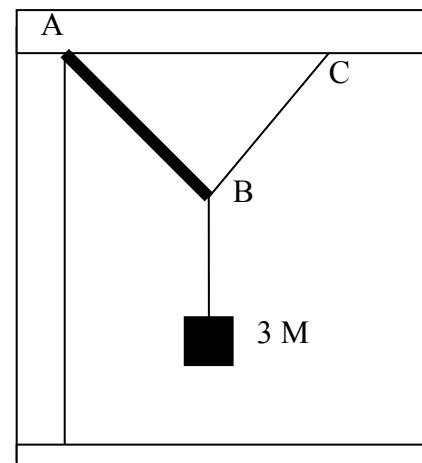
(2)

**Esercizio 1:** Su una guida circolare liscia di raggio  $R$ , appartenente al piano orizzontale, sono appoggiate, inizialmente ferme, due biglie (puntiformi) di masse  $m_1$  e  $m_2 = 3m_1$ . Esse sono collegate da una molla ideale di massa trascurabile tenuta compressa tramite un filo inestensibile (di lunghezza molto più piccola di  $R$ ) che unisce le due biglie. Il filo viene tagliato; la molla si estende e lancia le biglie (distaccandosene) in versi opposti sulla guida. Introducendo un sistema di riferimento in coordinate polari in cui la posizione iniziale del sistema è a  $\theta=0$  e considerando il sistema come costituito da due punti materiali, calcolare:

- il rapporto tra le velocità angolari  $\omega_1$  e  $\omega_2$  dei vettori posizione delle due biglie ad ogni istante del moto;
- gli angoli  $\theta_1$  e  $\theta_2$  descritti dai vettori posizione delle due biglie tra l'istante iniziale e quello in cui si verifica l'inevitabile collisione;
- le forze ed i momenti esterni nell'istante immediatamente successivo al taglio del filo.

**Esercizio 2:** Stabilire per quale valore del parametro  $\lambda$  il campo di forze  $\vec{F} = -\alpha x^2 \vec{i} - \beta z^2 \vec{j} - \lambda \beta yz \vec{k}$  è conservativo e calcolarne in tal caso la funzione energia potenziale. Quali sono le dimensioni e le unità di misura delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ ?

**Esercizio 3:** Un sistema di sollevamento pesi è costituito da una sbarra AB lunga  $L$  e di massa  $M$ , con vincolo puntuale in A, inclinata di  $45^\circ$  rispetto alla verticale e sostenuta nel punto B da un cavo CB disposto a  $45^\circ$  rispetto alla verticale (vedi figura). Ad un certo istante, il sistema sostiene un peso pari a  $3M$ . Determinare, nelle condizioni di staticità: 1) la tensione nel cavo BC e 2) la reazione vincolare in A.



**Domande:**

- Enunciare il III° principio della dinamica e discuterne le implicazioni fisiche.
- Enunciare e dimostrare il teorema di König per un sistema di  $N$  punti materiali.

# ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE T

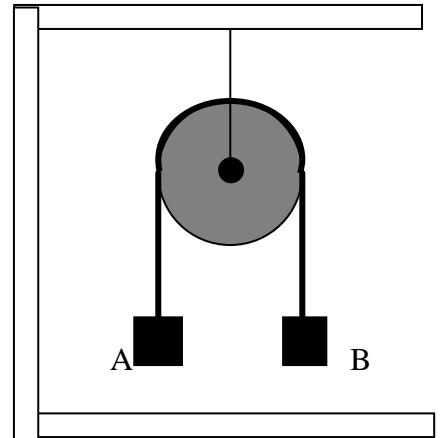
INGEGNERIA EDILE – Sede di Ravenna

Prof. M. Villa

11/09/2009

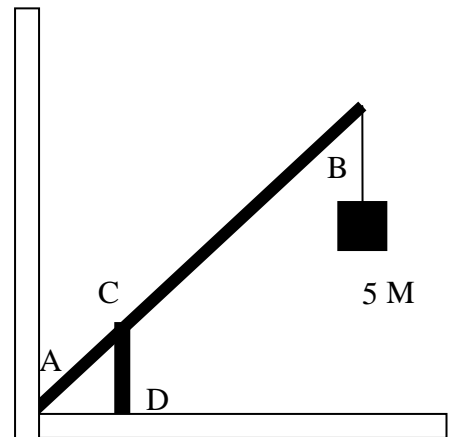
(1)

**Esercizio 1:** Due blocchi aventi rispettivamente massa  $M_A=5M$  e  $M_B=4M$  sono collegati tramite un filo inestensibile passante per una puleggia, schematizzabile come un disco pieno di raggio  $R=8\text{ cm}$  e massa  $M_p=6M$ , con  $M=1,5\text{ kg}$ , come in figura. La puleggia è libera di ruotare attorno al suo perno, il filo non scivola sulla puleggia ed inizialmente i due corpi si trovano alla stessa quota. Si calcoli: 1) l'accelerazione con cui si muovono le due masse, 2) l'accelerazione angolare della puleggia, 3) la tensione del filo che regge tutto il sistema al soffitto.



**Esercizio 2:** Stabilire per quale valore del parametro  $\lambda$  il campo di forze  $\vec{F} = -\lambda\alpha y\vec{i} - \alpha x\vec{j} - \beta z^2\vec{k}$  è conservativo e calcolarne in tal caso la funzione energia potenziale. Quali sono le dimensioni e le unità di misura delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ ?

**Esercizio 3:** Un sistema di sollevamento pesi è costituito da una sbarra AB lunga L e di massa M, con vincolo puntuale in A ed inclinata di  $45^\circ$  rispetto alla verticale e sostenuta da un sostegno CD verticale. Sapendo che  $CD=AB/4$  e che ad un certo istante, il sistema sostiene, tramite una fune lunga L/4, un peso pari a 5M, determinare, nelle condizioni di staticità la reazione vincolare nel punto A e nel punto C. Se la massa di CD è  $M/2$ , dove si trova il centro di massa del sistema costituito dalle due sbarre e dal peso?



**Domande:**

- 1) Discutere le caratteristiche principali della forza di Stokes (forza di attrito viscoso).
- 2) Derivare le condizioni di staticità di un corpo esteso dalle equazioni cardinali della meccanica dei sistemi.

# ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE T

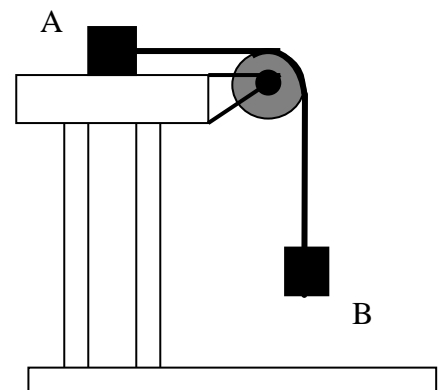
INGEGNERIA EDILE – Sede di Ravenna

Prof. M. Villa

11/09/2009

(2)

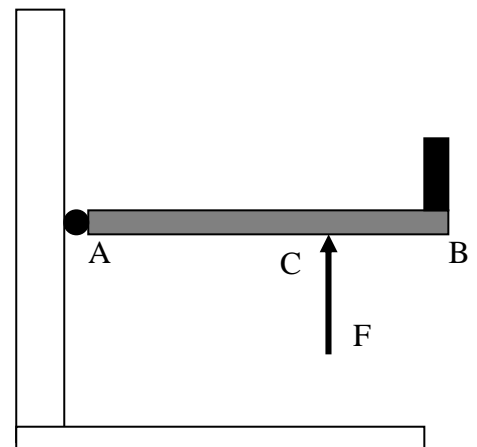
**Esercizio 1:** Due blocchi aventi rispettivamente massa  $M_A=2M$  e  $M_B= 4M$  sono collegati tramite un filo inestensibile passante per una puleggia, schematizzabile come un disco pieno di raggio  $R=10$  cm e massa  $M_p=M$ , con  $M=2$  kg, come in figura. La puleggia è libera di ruotare attorno al suo perno, il filo non scivola sulla puleggia ed inizialmente il corpo A si trova fermo su un tavolo avente coefficiente di attrito cinetico  $\mu=0.2$ . Si calcoli: 1) l'accelerazione con cui si muovono le due masse, 2) l'accelerazione angolare della puleggia, 3) le tensioni del filo. (suggerimento: il filo presenta due tensioni diverse)



**Esercizio 2:** Stabilire per quale valore del parametro  $\lambda$  il campo di forze  $\vec{F} = -\alpha x \vec{i} - \beta y^2 \vec{j} - \lambda \alpha x^2 \vec{k}$  è conservativo e calcolarne in tal caso la funzione energia potenziale. Quali sono le dimensioni e le unità di misura delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ ?

**Esercizio 3:** Una sbarra AB lunga L e di massa M è in grado di ruotare in un piano verticale attorno ad un suo estremo A. Inizialmente la sbarra è in posizione orizzontale; sull'estremo B è collocato un peso di massa 4M e in un punto C, a distanza  $2/3$  L da A agisce una forza diretta lungo la verticale, come mostrato in figura. Determinare: 1) il modulo della forza F in grado di rendere statico il sistema; 2) la reazione vincolare in A;

Inoltre, se si volesse spostare il punto di applicazione della forza F (punto C) in modo da avere un sistema statico ma con la minima forza F possibile, dove dovrebbe essere collocato il punto C ?



**Domande:**

- 1) Enunciare il II° principio della dinamica e discuterne le implicazioni fisiche.
- 2) Enunciare e dimostrare il teorema di Huygen-Steiner.