Esercizi di Calcolo vettoriale: Soluzioni

Esercizio 1

$v \approx 47.2$; $\vartheta \approx 122° \approx 2.13$ rad

Esercizio 2

$\mathbf{v} = -9\mathbf{i}+10\mathbf{j}$; $v = \sqrt{181} \approx 13.5$; $\vartheta \approx 132° \approx 2.30$ rad

Esercizio 3

E' sufficiente applicare la definizione di prodotto scalare (ed armarsi di un po' di pazienza).

Esercizio 4

$\mathbf{a}-\mathbf{b} = 5\mathbf{i}-4\mathbf{j}-3\mathbf{k}$; $\mathbf{a}+\mathbf{b} = 3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+5\mathbf{k}$; $\mathbf{c} = -3\mathbf{i}+2\mathbf{j}-5\mathbf{k}$

Esercizio 5

Fissato un sistema di coordinate cartesiano con l'origine nel punto di decollo, l'asse delle x diretto verso sud, quello delle y verso est e quello delle z verso lo zenith si ha:

$$\cos\vartheta_x \approx 0.577 \Rightarrow \vartheta_x \approx 54.8° \approx 0.96 rad$$

$$\cos\vartheta_y \approx -0.766 \Rightarrow \vartheta_y \approx 140° \approx 2.44 rad$$

$$\cos\vartheta_z \approx 0.287 \Rightarrow \vartheta_z \approx 73.3° \approx 1.28 rad$$

Esercizio 6

$\mathbf{a} = (a_x, a_y) = (3, 0)$; $\mathbf{b} = (b_x, b_y) = (2\sqrt{3}, 2)$; $\mathbf{c} = (c_x, c_y) = (-5, 5\sqrt{3})$;

$p = -\dfrac{20}{3}$; $q = \dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

Esercizio 7

$b \approx 26.6$; $\vartheta_x \approx 28.9° \approx 0.50 rad$

Esercizio 8

$\vartheta_{\text{CA-OB}} = \arccos\left(\dfrac{3}{5}\right) \approx 53° \approx 0.93$ rad; $\vartheta_{\text{DA-OB}} = \arccos(0) = 90° = \dfrac{\pi}{2}$ rad

Esercizio 9

$\mathbf{a}\bullet\mathbf{b} = 4$; $\mathbf{a}\times\mathbf{b} = 16\mathbf{i}-8\mathbf{j}+8\mathbf{k}$; $\vartheta = \arccos\left(\dfrac{1}{5}\right) \approx 78.5° \approx 1.37$ rad

Esercizio 10

$(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\times\mathbf{c} = 8\mathbf{i}-6\mathbf{j}-12\mathbf{k}$; $\mathbf{a}\times(\mathbf{b}\times\mathbf{c}) = -4\mathbf{i}-14\mathbf{j}+10\mathbf{k}$

Esercizio 11

$S = \dfrac{\sqrt{1162}}{2} \approx 17.04$

Esercizio 12

ϑ = arccos ($\sqrt{\frac{2}{3}}$) $\approx 35.3° \approx 0.62$ rad

Esercizio 13

a = b = $\sqrt{2}$ **;** $\qquad$ $\vartheta = \frac{\pi}{4}$ rad

Esercizio 14

$S = \frac{\sqrt{93}}{2} \approx 4.82$

Esercizio 15

Tralasciamo il caso banale in cui **a** = **b** = 0. Nel primo caso si deve avere che a e b hanno la stessa direzione e lo stesso verso. Nel secondo caso **b** dev'essere uguale al vettore nullo. Infine nel terzo caso i due vettori devono essere perpendicolari fra loro.

Esercizio 16

M = 3480 Kg

Esercizio 17

E' sufficiente applicare la definizione di prodotto scalare ai vettori, ed applicare le proprietà distributiva della somma.

Esercizio 18

V = 15

Esercizio 19

$\mathbf{v}_{\parallel} = (\mathbf{n} \bullet \mathbf{v})\mathbf{n}$; $\qquad$ $\mathbf{v}_{\perp} = \mathbf{n} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{n})$

Esercizio 20

Q = (0, 10, 3) in coordinate cartesiane;

Q = ($\sqrt{109}$, 1.28 rad, $\frac{\pi}{2}$ rad) in coordinate sferiche;

Esercizio 21

AB $\approx$ 3.92 dm

Esercizio 22

AB = $\sqrt{22 - 4\sqrt{2}(2 - \sqrt{3})} \approx 7217$ Km