

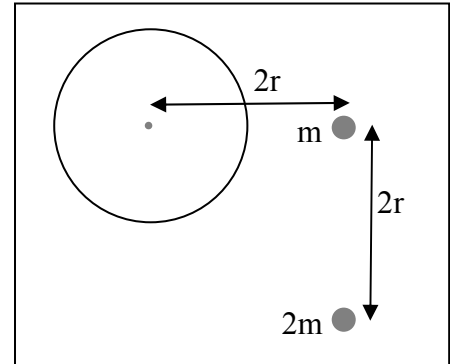
Esercizi 2 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

1) Un campo di forza è dato dall' espressione  $\vec{F} = Kyz^2\vec{i} + Kxz^2\vec{j} + 2Kxyz\vec{k}$  con  $K$  costante positiva. Determinare le dimensioni di  $K$ . Verificare se il campo è conservativo, e determinarne in tal caso l' energia potenziale imponendo che si annulli nel punto  $(1,1,1)$ .

2) Sia dato il sistema mostrato in figura composto da un disco omogeneo di massa  $m$  e raggio  $r$  e da due punti materiali di massa  $m$  e massa  $2m$ , posti ai vertici di un triangolo rettangolo isoscele con cateti pari a  $2r$ . Calcolare:

- la posizione del centro di massa del sistema e la sua distanza dal punto materiale di massa  $2m$ ;
- il momento di inerzia  $I$  del sistema rispetto ad un asse perpendicolare al piano passante per il punto materiale di massa  $2m$ .



3) Tre punti materiali di massa  $m_1=M$ ,  $m_2=2M$ ,  $m_3=3M$ , si muovono su di un piano orizzontale liscio rispettivamente con velocità  $\vec{v}_1 = v_0\vec{i}$ ,  $\vec{v}_2 = v_0\vec{j}$  e  $\vec{v}_3 = 2v_0\vec{k}$ . Supponendo che ad un certo istante essi si urtino in modo perfettamente anelastico, determinare:

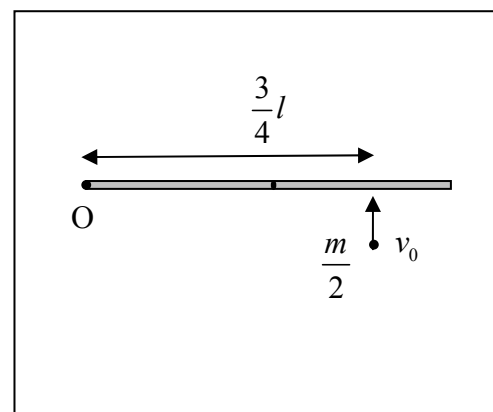
- la velocità finale del sistema;
- l'energia  $\Delta E$  rilasciata nell'urto.

4) Enunciare e discutere il Teorema di Koenig

5) Definire il lavoro di una forza e discutere il caso delle forza conservative.

6) Un'asta rigida omogenea di sezione trascurabile, di massa  $m$  e lunghezza  $l$  giace su di un piano liscio inizialmente ferma ed incernierata in uno dei suoi estremi  $O$ . Ad un certo istante un punto materiale di massa  $\frac{m}{2}$  che si muove con velocità  $v_0$ , sul piano perpendicolarmente all'asta, urta l'asta ad una distanza  $\frac{3}{4}l$  da  $O$  in modo completamente anelastico. Calcolare le espressioni:

- del momento angolare del sistema prima dell'urto;
- della velocità angolare del sistema dopo l'urto;
- della reazione vincolare che agisce sul sistema dopo l'urto.

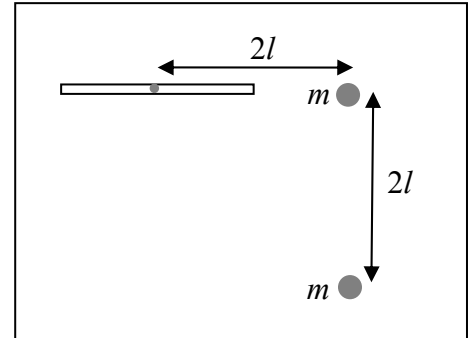


Esercizi 2 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

7) Un campo di forza è dato dall'espressione  $\vec{F} = 2Ky^2 z\vec{i} + 4Kxyz\vec{j} + 2Kxy^2\vec{k}$  con  $K$  costante positiva. Determinare le dimensioni di  $K$ . Verificare se il campo è conservativo, e determinarne in tal caso l'energia potenziale imponendo che si annulli nel punto  $(0,0,1)$ .

8) Sia dato il sistema mostrato in figura composto da un'asta omogenea di massa  $2m$  e lunghezza  $l$  e da due punti materiali di massa  $m$ , posti su agli estremi di un triangolo rettangolo isoscele con cateti pari a  $2l$ . Calcolare:



- la posizione del centro di massa del sistema e la sua distanza dal centro dell'asta;
- il momento di inerzia  $I$  del sistema rispetto ad un asse perpendicolare al piano passante il centro dell'asta.

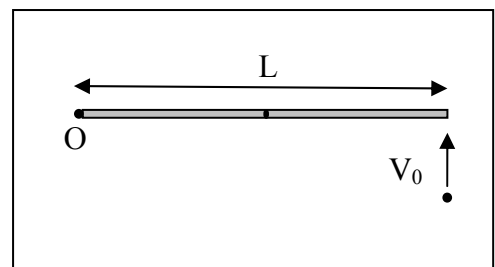
9) Un punto materiale di massa pari a  $3M$  si muove su di un piano orizzontale liscio con velocità  $\vec{v}_1 = 2v_0\vec{i}$ . Ad un certo istante il punto esplode e si suddivide in due parti rispettivamente di massa  $m_1=2M$ ,  $m_2=M$ . Supponendo che dopo l'urto il punto 1 si muova con velocità  $\vec{v}_1 = v_0\vec{j}$ , determinare:

- la velocità del punto 2 dopo l'urto;
- l'energia  $\Delta E$  rilasciata nell'esplosione.

10) Enunciare e discutere la prima equazione cardinale della meccanica unitamente al II teorema del centro di massa.

11) Enunciare e discutere il teorema delle forze vive.

12) Un'asta rigida di sezione trascurabile, di densità  $\rho=kr$  (dove  $r$  è la distanza dall'estremo  $O$ ), di massa  $M$  e lunghezza  $L$  giace su di un piano liscio ed è inizialmente ferma, incernierata in uno dei suoi estremi  $O$ . Ad un certo istante un punto materiale di massa  $m=2M$ , che si muove con velocità  $V_0$  sul piano perpendicolarmente all'asta, urta l'asta nell'altro estremo (ad una distanza  $L$  da  $O$ ) in modo completamente anelastico. Calcolare le espressioni:



- del momento di inerzia dell'asta in funzione di  $M$  ed  $L$ ;
- della velocità angolare del sistema dopo l'urto;
- della reazione vincolare che agisce sul sistema dopo l'urto.

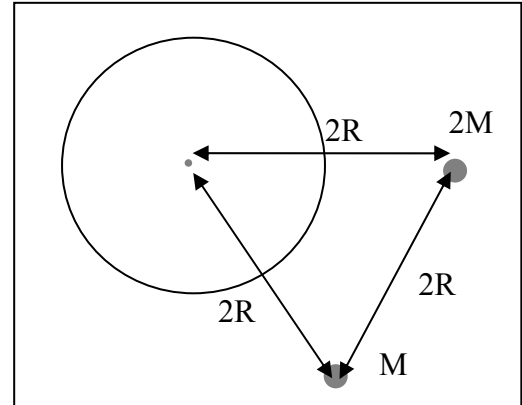
Esercizi 2 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

13) Un campo di forza è dato dall'espressione  $\vec{F} = 6Kxyz\vec{i} + 3Kx^2z\vec{j} + 3Kx^2y\vec{k}$  con  $K$  costante positiva. Determinare le dimensioni di  $K$ . Verificare se il campo è conservativo, e determinarne in tal caso l'energia potenziale imponendo che si annulli nel punto  $(1,1,1)$ .

14) Sia dato il sistema mostrato in figura composto da un disco omogeneo di massa  $M$  e raggio  $R$  e da due punti materiali di massa  $M$  e massa  $2M$ , posti su ai vertici di un triangolo equilatero di lato pari a  $2R$ . Calcolare:

- la posizione del centro di massa del sistema e la sua distanza  $D_{CM}$  dal centro del disco;
- il momento di inerzia  $I$  del sistema rispetto ad un asse perpendicolare al piano passante per il centro di massa del sistema.



15) Due punti materiali di massa  $m_1=M$ ,  $m_2=2M$ , si muovono su di un piano orizzontale liscio rispettivamente con velocità  $\vec{v}_1 = 2v_0\vec{i}$ ,  $\vec{v}_2 = v_0\vec{i}$ . Supponendo che ad un certo istante essi si urtino in modo perfettamente elastico e che dopo l'urto continuino a muoversi lungo l'asse  $x$ , determinare:

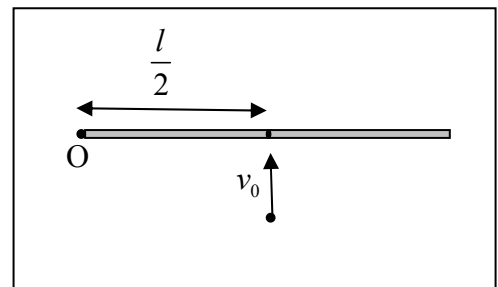
- la quantità di moto finale del sistema;
- le quantità di moto del punto 1 dopo l'urto.

16) Enunciare e discutere la seconda equazione cardinale della meccanica unitamente al teorema del momento angolare.

17) Enunciare e discutere il principio di conservazione dell'energia meccanica.

18) Un'asta rigida omogenea di sezione trascurabile, di massa  $m$  e lunghezza  $l$  giace su di un piano liscio inizialmente ferma ed incernierata in uno dei suoi estremi  $O$ . Ad un certo istante un punto materiale di massa  $2m$  che si muove con velocità  $v_0$ , sul piano perpendicolarmente all'asta, urta l'asta nel suo centro (ad una distanza  $\frac{l}{2}$  da  $O$ ) in modo completamente anelastico. Calcolare le espressioni:

- del momento angolare del sistema prima dell'urto;
- della velocità angolare del sistema dopo l'urto;
- della reazione vincolare che agisce sul sistema dopo l'urto.

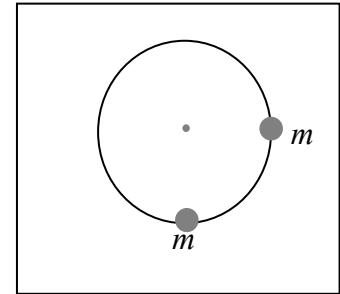


Esercizi 2 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

19) Un campo di forza è dato dall' espressione  $\vec{F} = 4Kyz\vec{i} + 4Kxz\vec{j} + 4Kxy\vec{k}$  con  $K$  costante positiva. Determinare le dimensioni di  $K$ . Verificare se il campo è conservativo, e determinarne in tal caso l' energia potenziale imponendo che si annulli nel punto  $(1,0,0)$ .

20) Sia dato il sistema mostrato in figura composto da un disco omogeneo di massa  $2m$  e raggio  $2r$  e da due punti materiali di massa  $m$ , posti sul bordo del disco come mostrato in figura. Calcolare:



- la posizione del centro di massa del sistema e la sua distanza dal centro del disco;
- il momento di inerzia  $I$  del sistema rispetto ad un asse perpendicolare al piano passante il centro di massa del sistema.

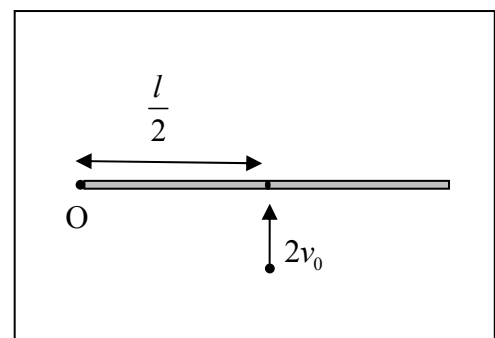
21) Due punti materiali di massa  $m_1=2M$ ,  $m_2=M$ , si trovano su di un piano orizzontale liscio il punto 1 si muove con velocità  $\vec{v}_1 = 2v_0\vec{i}$ , mentre il punto 2 è fermo. Supponendo che ad un certo istante essi si urtino in modo perfettamente elastico e che dopo l'urto entrambi si muovano lungo l'asse  $x$ , determinare:

- la quantità di moto finale del sistema;
- le quantità di moto del punto 1 dopo l'urto.

22) Enunciare e discutere i tre teoremi del centro di massa.

23) Definire l'energia potenziale, discuterne le proprietà e le relazioni che legano tale grandezza alla forza.

24) Un'asta rigida di sezione trascurabile e di densità  $\rho=kr^2$  (dove  $r$  è la distanza dall'estremo  $O$ ) di massa  $m$  e lunghezza  $2l$  giace su di un piano liscio ed è inizialmente ferma, incernierata in uno dei suoi estremi  $O$ . Ad un certo istante un punto materiale di massa  $m$ , che si muove con velocità  $2v_0$  sul piano perpendicolarmente all'asta, urta l'asta nel suo centro (ad una distanza  $\frac{l}{2}$  da  $O$ ) in modo completamente anelastico. Calcolare le espressioni:



- del momento di inerzia dell'asta in funzione di  $M$  ed  $L$ ;
- della velocità angolare del sistema dopo l'urto;
- della reazione vincolare che agisce sul sistema dopo l'urto.

Esercizi 2 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

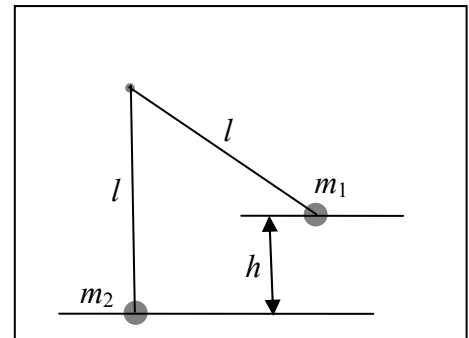
25) Dati due punti materiali di massa  $m_1=M$  e  $m_2=2M$  determinare l'espressione della velocità del centro di massa nell'ipotesi che il corpo 1 sia fermo ed il corpo 2 si muova con velocità  $\vec{v}_2 = v_0 \vec{i}$ .

26) Un punto materiale di massa  $m$  possiede un'accelerazione data dall'espressione  $\vec{a} = \frac{1}{m}[(B - Ayz^2)\vec{i} - Axz^2\vec{j} - 2Axyz\vec{k}]$ . Se nel punto  $P(0;1;1)$  esso possiede una velocità  $\vec{v}(P) = v_0 \vec{i}$  determinare:

- le dimensioni delle costanti  $A$  e  $B$ ;
- il raggio di curvatura  $\rho$  della traiettoria nel punto  $P$ .
- Verificare inoltre se la forza cui è soggetto il punto materiale è conservativa e determinare eventualmente l'espressione dell'energia meccanica totale del corpo nel punto  $P$ .

27) Sul bordo di un disco omogeneo di massa  $2\text{Kg}$  e raggio  $1\text{m}$  è fissato un punto materiale di massa  $1,5\text{Kg}$ . Supponendo che il disco sia disposto orizzontalmente e ruoti attorno ad un asse verticale che passa per il suo centro con velocità angolare  $\omega=1\text{rad/s}$ , calcolare l'energia cinetica del sistema.

28) Due sferette puntiformi di masse  $m_1$  e  $m_2$  immerse nel campo di gravità  $\vec{g}$  sono collegate ad uno stesso punto fisso  $O$  attraverso due fili flessibili inestensibili, entrambi di lunghezza  $l$  e massa trascurabile (vincoli ideali). Inizialmente la sferetta  $m_2$  è in posizione di equilibrio stabile, mentre un fermo trattiene la sferetta  $m_1$  con un filo teso ad una quota  $h$  rispetto alla posizione di  $m_2$  (vedi figura). In seguito, il fermo viene rilasciato e  $m_1$  va a urtare  $m_2$ . Nell'ipotesi che l'urto sia istantaneo e completamente anelastico, calcolare:



- il modulo di  $v_1$  della velocità con cui  $m_1$  urta  $m_2$ ;
- la quota massima  $h'$  raggiunta dal sistema dopo l'urto e la perdita di energia cinetica.

29) Descrivere e commentare le caratteristiche dell'urto elastico tra due corpi puntiformi.

30) Verificare se il campo di forze  $\vec{F}(x; y; z) = 3Ax^2yz^2\vec{i} + Ax^3z^2\vec{j} + 2Ax^3yz\vec{k}$  è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

**Esercizi 2 –FISICA GENERALE L-A**

**Prof. Antonio Zoccoli**

**31)** Un astronauta in fase di preparazione si muove sulla superficie di una piattaforma orizzontale priva di attrito, solidale ad un sistema di riferimento terrestre da considerarsi inerziale. Egli è legato ad una corda inestensibile e senza peso che passa attraverso un foro praticato nel piano della piattaforma ed è fissata al di sotto di questa. Inizialmente il tratto di corda teso sul piano ha lunghezza  $r_1$  e l'astronauta si muove con velocità  $\vec{v}_1$  su una traiettoria di raggio  $r_1$ . Ad un certo istante la corda viene accorciata e il tratto sul piano assume una lunghezza  $r_2 < r_1$ . Trattando l'astronauta come un punto materiale di massa  $m$  trovare:

- a) l'espressione del modulo della velocità finale dell'astronauta;
- b) l'espressione della forza necessaria per farlo muovere su una circonferenza di raggio  $r$  costante, in funzione di  $m$ ,  $r_1$ ,  $\vec{v}_1$  ed  $r$ ;
- c) l'espressione del lavoro compiuto da tale forza per far passare il raggio da  $r_1$  a  $r_2$ .
- d) Verificare che questo lavoro è uguale alla variazione di energia cinetica.

**32)** Un disco rigido di massa  $2M$ , raggio  $2R$  e di spessore trascurabile ruota attorno al suo centro  $O$  con velocità angolare  $\omega$ . La densità del disco varia secondo la relazione  $\rho=3Kr$  dove  $K$  è una costante positiva ed  $r$  la distanza dal centro  $O$ . Determinare l'espressione di  $K$  e dell'energia cinetica del disco.

**33)** Enunciare e commentare il secondo principio della dinamica.

**34)** Enunciare e commentare il teorema di König.

**35)** Verificare se il campo di forze  $\vec{F}(x; y; z) = (2B - Ay^2z)\vec{i} - 2Axyz\vec{j} - Axy^2\vec{k}$  è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

**36)** Un'asta rigida di massa  $M$ , lunghezza  $2L$  e di sezione trascurabile ruota attorno al suo estremo  $O$  con velocità angolare  $\omega$ . La densità dell'asta varia secondo la relazione  $\rho=2Kr$  dove  $K$  è una costante positiva ed  $r$  la distanza dall'estremo  $O$ . Determinare l'espressione di  $K$  e del momento angolare dell'asta rispetto ad  $O$ .

**37)** Enunciare e commentare il primo principio della dinamica.

**38)** Definire il concetto di momento di inerzia e commentarne l'importanza.

**39)** Verificare se il campo di forze  $\vec{F}(x; y; z) = -Ayz\vec{i} + (2By - Axz)\vec{j} - Axy\vec{k}$  è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

Esercizi 2 –FISICA GENERALE L-A

Prof. Antonio Zoccoli

40) Un disco rigido di massa  $3M$ , raggio  $3R$  e di spessore trascurabile ruota attorno al suo centro  $O$  con velocità angolare  $2\omega$ . La densità del disco varia secondo la relazione  $\rho=2Kr^2$  dove  $K$  è una costante positiva ed  $r$  la distanza dal centro  $O$ . Determinare l'espressione di  $K$  e del momento angolare del disco rispetto ad  $O$ .

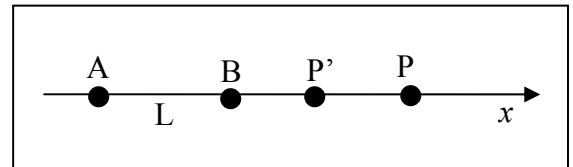
41) Un'asta rigida di massa  $2M$ , lunghezza  $3L$  e di sezione trascurabile ruota attorno al suo estremo  $O$  con velocità angolare  $\omega$ . La densità dell'asta varia secondo la relazione  $\rho=4Kr^2$  dove  $K$  è una costante positiva ed  $r$  la distanza dall'estremo  $O$ . Determinare l'espressione di  $K$  e l'energia cinetica dell'asta.

42) Enunciare e commentare il terzo principio della dinamica.

43) Enunciare e discutere il teorema di Huyghens- Steiner.

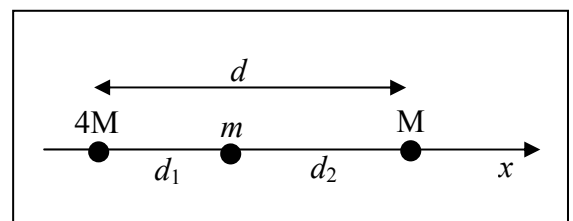
44) Verificare se il campo di forze  $\vec{F}(x; y; z) = -Ay^2\vec{i} + 2Axy\vec{j} + B\vec{k}$  è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

45) Due corpi puntiformi  $A$  e  $B$  entrambi di massa rispettivamente  $M$ , occupano due posizioni fisse dello spazio distanti  $L$  l'una dall'altra. Determinare:



- la forza gravitazionale cui è sottoposta una sferetta di massa  $m$ , considerata puntiforme, che si trova nel punto  $P$  indicato in figura, a distanza  $x_P$  da  $A$ ;
- la velocità acquistata dalla sferetta dopo che, essendo partita da  $P$  in quiete, sotto l'effetto del campo gravitazionale si è spostata di un tratto  $S < x_P - L$  raggiungendo il punto  $P'$  di coordinata  $x_{P'}$ ;
- la velocità del baricentro del sistema costituito dalle tre masse ( $M, M, m$ ) quando la sferetta ha raggiunto il punto  $P'$ .

46) Siano dati due corpi puntiformi  $A$  e  $B$  di massa rispettivamente  $4M$  e  $M$ , fissati a distanza  $d$  l'uno dall'altro, ed un corpo di prova puntiforme di massa  $m$  libero di muoversi (vedi figura). Determinare:



- la coordinata del punto in cui le attrazioni esercitate dai due corpi  $A$  e  $B$  su  $m$  si compensano reciprocamente;
- la velocità con cui la massa  $m$  deve essere lanciata lungo  $AB$  da un punto intermedio ad  $A$  e  $B$ , affinché passi nel punto di mezzo delle due masse attraenti con velocità nulla (siano  $d_1$  e  $d_2$  con  $d_1 < d_2$  le distanze iniziali del punto materiale dalle due masse attraenti);
- l'accelerazione del corpo di prova nel punto di mezzo tra  $A$  e  $B$ .

**Esercizi 2 –FISICA GENERALE L-A**

**Prof. Antonio Zoccoli**

**47)** Un'astronave si muove in una regione di spazio in cui agisce il campo di forze  $\vec{F}(\vec{r}) = \alpha |\vec{r}|^2 \vec{r}$ , dove  $\vec{r}$  è il vettore posizione rispetto ad un centro di forza O e  $\alpha$  una costante.

L'astronave, assimilabile ad un corpo puntiforme di massa  $m$ , si sposta lungo una traiettoria rettilinea dal punto A(2;0;0) al punto B(0;0;1) rispetto ad O. Dimostrare che il campo  $\vec{F}$  è conservativo e calcolare in funzione di  $\alpha$  il lavoro da esso compiuto sull'astronave.

**48)** Dati due punti materiali di massa  $m_1=2M$  e  $m_2=M$  determinare l'espressione della velocità del centro di massa nell'ipotesi che il corpo 1 sia fermo ed il corpo 2 si muova con velocità  $\vec{v}_2 = v_0 \vec{i} + 2v_0 \vec{j}$ .

**49)** Un punto materiale di massa  $m$  possiede un'accelerazione data dall'espressione  $\vec{a} = \frac{1}{m} [2(Bx - Axyz)\vec{i} - Ax^2z\vec{j} - Ax^2y\vec{k}]$ . Se nel punto P(1;0;1) esso possiede una velocità  $\vec{v}(P) = -v_0 \vec{i}$  determinare:

- a) le dimensioni delle costanti  $A$  e  $B$ ;
- b) il raggio di curvatura  $\rho$  della traiettoria nel punto P.
- c) Verificare inoltre se la forza cui è soggetto il punto materiale è conservativa e determinare eventualmente l'espressione dell'energia meccanica totale del corpo nel punto P.

**50)** Un disco di massa 2Kg, di raggio 1m e spessore trascurabile ha densità superficiale  $\sigma=kr$ . Supponendo che il disco sia disposto orizzontalmente e ruoti attorno ad un asse verticale che passa per il suo centro con velocità angolare  $\omega=2\text{rad/s}$ , calcolare l'energia cinetica del sistema.