Esercizio

Stabilire se il campo di forze

$$\vec{F} = -\alpha(y + 2x)\hat{i} - \alpha(x - z)\hat{j} + \alpha y\hat{k}$$

sia conservativo. Determinare inoltre quali siano le dimensioni

e le unita' di misura nel S.I. della costante α .

l'espressione del rotore di un generico campo vettoriale $\vec{w}$ in coordinate

cartesiane ortogonali e'

$$\vec{\nabla} \times \vec{w} = \left(\frac{\partial w_z}{\partial y} - \frac{\partial w_y}{\partial z}\right) \hat{i} + \left(\frac{\partial w_x}{\partial z} - \frac{\partial w_z}{\partial x}\right) \hat{j} + \left(\frac{\partial w_y}{\partial x} - \frac{\partial w_x}{\partial y}\right) \hat{k}$$

in questo caso

$$\vec{w} \equiv \vec{F} = -\alpha(y + 2x)\hat{i} - \alpha(x - z)\hat{j} + \alpha y\hat{k}$$

quindi

$$F_x = -\alpha(y + 2x) \qquad F_y = -\alpha(x - z) \qquad F_z = \alpha y$$

$$\frac{\partial F_z}{\partial y} = \alpha \quad \text{e} \quad \frac{\partial F_y}{\partial z} = \alpha \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right) = 0$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial F_z}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right) = 0$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial x} = -\alpha \quad \text{e} \quad \frac{\partial F_x}{\partial y} = -\alpha \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right) = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

in conclusione $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$ → il campo di forze assegnato e' <u>conservativo</u>

$$\vec{F} = -\alpha(y+2x)\hat{i} - \alpha(x-z)\hat{j} + \alpha y\hat{k}$$

le dimensioni di F sono $[MLt^{-2}]$

le dimensioni di αy (cosi' come quelle di αx o di αz)

sono $[\alpha] L$ ⇨ $[\alpha]\mathrm{L} = [\mathrm{MLt}^{-2}]$ ⇨ $[\alpha] = [\dfrac{\mathrm{MLt}^{-2}}{\mathrm{L}}] = \mathrm{M\,t}^{-2}$

- le dimensioni della costante α sono Mt^{-2} ovvero $[\alpha] = [\mathrm{M\,t}^{-2}]$

- l'unita' di misura di α nel Sistema Internazionale e' N/m

Backup slides