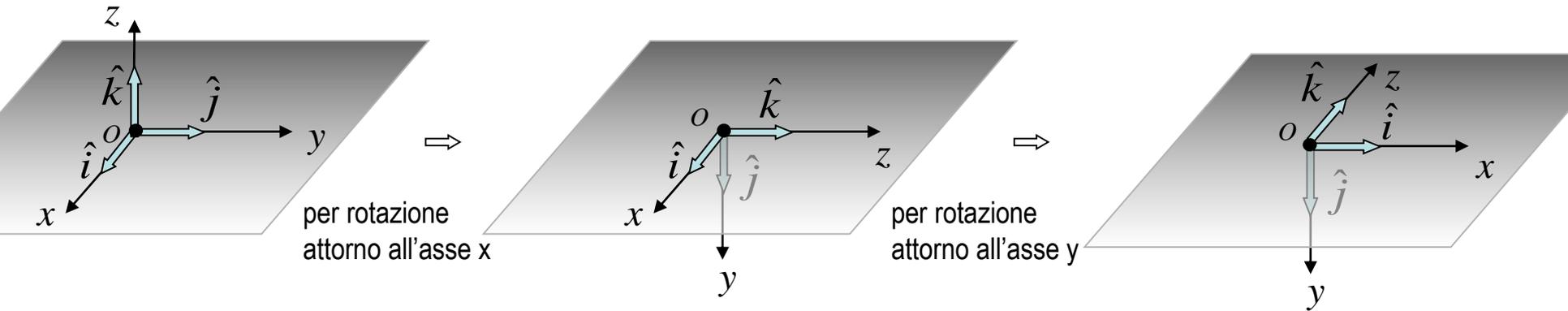


Una palla di cannone viene sparata orizzontalmente alla velocità di 400 m/s dalla cima di una rupe a picco sul mare alta 100 m. Calcolare:

- 1) in quanto tempo il proiettile cadrà in mare
- 2) a quale distanza dai piedi della rupe avverrà l'impatto con l'acqua (gittata)
- 3) con quale velocità il proiettile cadrà a mare
- 4) l'equazione della traiettoria percorsa dal proiettile

scegliamo l'origine del sistema di riferimento coincidente con la posizione del cannone orientiamo l'asse x nella direzione del cannone e l'asse verticale y verso il basso



le condizioni iniziali al tempo $t = 0$, sono :

$$x(0) = 0 \quad v_x(0) = 400 \quad a_x = 0$$

$$y(0) = 0 \quad v_y(0) = 0 \quad a_y = \text{cost} = g$$

il moto orizzontale e quella verticale sono tra loro indipendenti

moto in orizzontale : durante tutto il moto lungo l'asse x non e' presente alcuna accelerazione \rightarrow il moto sara' rettilineo uniforme
usando direttamente le equazioni orarie del moto rettilineo uniforme

$$x = v_x t + x(0)$$

applicando le condizioni iniziali $\rightarrow x = v_x t$

moto in verticale : durante tutto il moto lungo l'asse y e' presente una accelerazione costante, l'accelerazione di gravita'
 \rightarrow il moto sara' rettilineo uniformemente accelerato

usando direttamente le equazioni del moto rettilineo uniformemente accelerato

$$y = \frac{1}{2} g t^2 + v_y(0)t + y(0)$$

equazione che, date le condizioni iniziali, si riduce a $y = \frac{1}{2}gt^2$

risolvendo rispetto al tempo $t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{200}{9,81}} = 4,51s$

inserendo questo risultato nella equazione che fornisce lo spazio percorso lungo l'asse orizzontale

$$x = v_x t = 400 \cdot 4.51 = 1804m$$

“gittata” del cannone

il problema è vettoriale quindi bisogna esaminare le componenti x ed y della velocità indipendentemente e poi ricomporle per ottenere il modulo della velocità.
Le equazioni per le componenti della velocità al generico tempo t saranno:

$$\begin{aligned} v_x(t) &= v_x(0) \\ v_y(t) &= gt + v_y(0) \end{aligned} \quad \text{e} \quad v(t) = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2}$$

per calcolare il valore della velocità al tempo $t = 4.51 \text{ s}$ basterà sostituire questo valore nelle precedenti equazioni :

$$v_x(t) = 400$$

$$v_y(t) = 9.81 \cdot 4.51 = 44.19$$

da cui $v(t = 4.51) = \sqrt{400^2 + 44.19^2} = 402 \text{ m/s}$

per determinare la traiettoria useremo le equazioni orarie

$$x = v_x t$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \frac{x}{v_x}$$

\Rightarrow

$$y = \frac{1}{2} \frac{g}{v_x^2} x^2$$

equazione di una parabola

Backup Slides